Regressão Júlia

Semana 1

Conjuntos numéricos, razão e proporção

ENEM

Conjuntos Numéricos

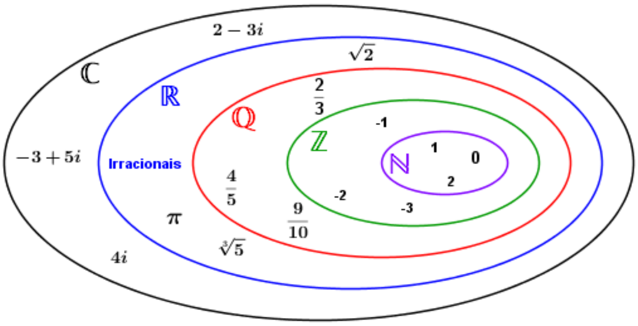
• Naturais (ℕ): 0, 1, 2, 3, ...

• Inteiros (ℤ): ..., -2, -1, 0, 1, ...

• Racionais (ℚ): frações, decimais exatos ouperiódicos

• Irracionais: √2, π, etc.

• Reais (ℝ): união dos anteriores



Exemplo 1

Sobre os conjuntos numéricos, podemos afirmar que:

I – a soma de dois números racionais é sempre um número racional.

II – a divisão de dois números naturais é sempre um número natural.

III – a diferença entre dois números inteiros é sempre um número inteiro.

IV – o produto entre dois números reais é sempre igual a um número real.

Julgando as afirmativas, temos que:

A) somente a afirmativa I é falsa.

B) somente a afirmativa II é falsa.

C) somente a afirmativa III é falsa.

D) somente a afirmativa IV é falsa

E) todas as afirmativas são verdadeiras.

Resposta

A única afirmativa falsa é a **II**, pois a divisão de dois números naturais **nem sempre** resulta em outro número natural.

Gabarito: Letra B) somente a afirmativa II é falsa.

Exemplo 2

Analise as assertivas abaixo sobre os conjuntos numéricos e operações e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

( ) Ao fazermos a adição de dois números inteiros ímpares, sempre obtemos um número inteiro par.

( ) Ao fazermos a adição de dois números irracionais, sempre obtemos um número irracional.

( ) O produto de um número real por um número racional pode ser um número irracional.

( ) O produto de dois números irracionais sempre é um número irracional.

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

a) V – V – V – V.
b) V – V – F – V.
c) V – F – V – F.
d) F – V – V – V.
e) F – F – F – F.

Resposta

Gabarito: Letra c) V – F – V – F.

Números Inteiros

Adição/Subtração

- Sinais iguais: soma e conserva o sinal.

- Sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do maior.

Exemplos:

$(+3) + (+5) = +8$

$(-7) + (-4) = -11$

$(+6) + (-10) = -4$

$(-8) + (+5) = -3$

Multiplicação/Divisão

- Sinais iguais: resultado positivo.

- Sinais diferentes: resultado negativo.

Exemplos:

(+3) × (+4) = +12

(–2) × (–5) = +10

(+6) × (–3) = –18

(–7) × (+2) = –14

Potenciação de inteiros

Potenciação é uma multiplicação repetida de um número por ele mesmo.

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \quad \text{(n vezes)}$$

a = base

n = expoente

Exemplos:

1. $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
2. $(-2)^3 = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$
3. $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$
4. $5^0 = 1$ (qualquer número diferente de zero elevado a 0 é 1)
5. $0^5 = 0$
6. $(-3)^4 = 81$ (par → resultado positivo)
7. $-3^4 = -81$ (sem parênteses: o negativo não está elevado)

Radiciação de decimais

Radiciação é a operação inversa da potenciação.

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{se} \quad b^n = a$$

1. $\sqrt{25} = 5$ (pois $5^2 = 25$)
2. $\sqrt{36} = 6$
3. $\sqrt{0} = 0$
4. $\sqrt[3]{-8} = -2$ (cubo de –2 é –8)
5. $\sqrt[4]{16} = 2$ (pois $2^4 = 16$)
6. $\sqrt{-9} = \text{não existe nos reais}$

   (raiz par de número negativo não pertence aos reais)

Exemplo 1

(ENEM-2009) No calendário utilizado atualmente, os anos são numerados em uma escala sem o zero, isto é, não existe, o ano zero. A Era Cristã se inicia no ano 1 depois de Cristo (d.C.) e designa-se o ano anterior a esse como ano 1 antes de Cristo (a.C.). Por essa razão, o primeiro século ou intervalo de 100 anos da Era Cristã terminou no dia 31 de dezembro do ano 100 d.C., quando haviam decorrido os primeiros 100 anos após o início da era. O século II começou no dia 1 de janeiro do ano 101 d.C. e, assim, sucessivamente. Como não existe o ano zero, o intervalo entre os anos 50 a.C. e 50 d.C., por exemplo, é de 100 anos. Outra forma de representar anos é utilizando-se números inteiros, como fazem os astrônomos. Para eles, o ano 1 a.C. corresponde ao ano 0, o ano 2 a.C. ao ano −1, e assim sucessivamente. Os anos depois de Cristo são representados pelos números inteiros positivos, fazendo corresponder o número 1 ao ano 1 d.C. Considerando o intervalo de 3 a.C. a 2 d.C., o quadro que relaciona as duas contagens descritas no texto é:

A)

Calendário atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−1	0	1	2	3

B)

Calendário atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	−1	0	1	2

C)

Calendário atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−2	−1	1	2	3

D)

Calendário atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−3	−2	−1	1	2

E)

Calendário atual	3 a.C.	2 a.C.	1 a.C.	1 d.C.	2 d.C.
Cômputo dos astrônomos	−3	−2	−1	0	1

Resposta

A sequência descrita será:

3 a.C. = -2

2 a.C. = -1

1 a.C. = 0

1 d.C. = 1

2 d.C = 2

Alternativa correta é a letra b.

Exemplo 2

(PUC-SP) O valor da expressão é:

$$\left[\frac{(-10)+5-(-4)}{\sqrt{9}+(-2)}\right]^2$$

Abre colchetes numerador parêntese esquerdo menos 10 parêntese direito mais 5 menos parêntese esquerdo menos 4 parêntese direito sobre denominador raiz quadrada de 9 mais parêntese esquerdo menos 2 parêntese direito fim da fração fecha colchetes ao quadrado

a) 1

b) 2

c) 21

d) 22

Resposta

$$\left[\frac{(-10)+5-(-4)}{\sqrt{9}+(-2)}\right]^2 =$$

$$\left[\frac{-5-(-4)}{3+(-2)}\right]^2 =$$

$$\left[\frac{-5+4}{3-2}\right]^2 =$$

$$\left[\frac{-1}{1}\right]^2 =$$

$$[-1]^2 =$$

$$-1 \times (-1) = 1$$

Frações

1) Frações e quantidades

a) Quanto é uma fração de um número?

Para descobrir quanto é uma fração de um número, basta multiplicar a fração pelo número.

$$\text{Parte} = \text{Fração} \times \text{Número Total}$$

b) Quando conhecemos a parte e queremos saber o total

Se sabemos quanto vale uma fração de um número e queremos descobrir o total, usamos uma regra de três ou dividimos pelo valor da fração.

$$\text{Número Total} = \frac{\text{Parte}}{\text{Fração}}$$

Exemplo

(UFMG-2009) Paula comprou dois potes de sorvete, ambos com a mesma quantidade do produto.

Um dos potes continha quantidades iguais dos sabores chocolate, creme e morango; e o outro, quantidades iguais dos sabores chocolate e baunilha.

Então, é CORRETO afirmar que, nessa compra, a fração correspondente à quantidade de sorvete do sabor chocolate foi:

a) 2/5
b) 3/5
c) 5/12
d) 5/6

Resposta

Considere um pote de sorvete de 600 ml, assim temos:

(podemos utilizar qualquer quantidade para o pote que o resultado será sempre o mesmo ao invés de utilizar variáveis)

No 1º pote temos 1/3 de 600 = 200 ml de chocolate

No 2º pote temos 1/2 de 600 = 300 ml de chocolate

A fração correspondente será o total de sorvete de chocolate pelo total de dois potes 1200 ml.

$$\frac{200+300}{1200} = \frac{500}{1200} = \frac{5}{12}$$

Letra c

(podemos utilizar qualquer quantidade para o pote que o resultado será sempre o mesmo ao invés de utilizar variáveis)

2) Comparação de frações

a) Denominadores iguais

Compare os numeradores (quem tiver o maior numerador, é a maior fração)

b) Numeradores iguais

Quem tiver o menor denominador, é a maior fração.

c) Numeradores e denominadores diferentes

Determinar frações equivalentes de mesmo denominador e comparar.

Exemplo

(ENEM-2016) Nas construções prediais são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de 1/2, 3/8 e 5/4.

Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos

A) 1/2, 3/8, 5/4

B) 1/2, 5/4, 3/8

C) 3/8, 1/2, 5/4

D) 3/8, 5/4, 1/2

E) 5/4, 1/2, 3/8

Resposta

Neste exemplo observamos que 3/8 é menos que a metade, ½ é metade e 5/4 é mais que um inteiro, logo item C.

3) Adição/Subtração

MMC nos denominadores, dividir o mmc por cada denominador e multiplicar o resultado pelo numerador, em seguida conservar o denominador e operar os numeradores.

Exemplos:

Denominadores iguais:

$$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}$$

Denominadores diferentes:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{5}=\frac{6}{15},\quad \frac{1}{3}=\frac{5}{15}\Rightarrow\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$$

4) Multiplicação

Multiplicar numeradores e denominadores

$$\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 2}{4\cdot 5}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$$

5) Divisão:

Repetir a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda fração.

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{7}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}=\frac{21}{10}$$

Exemplo

(Enem-2017) Em uma cantina, o sucesso de vendas no verão são sucos preparados à base de polpa de frutas. Um dos sucos mais vendidos é o de morango com acerola, que é preparado com 2/3 de polpa de morango e 1/3 de polpa de acerola.

Para o comerciante, as polpas são vendidas em embalagens de igual volume. Atualmente, a embalagem da polpa de morango custa R$ 18,00 e a de acerola, R$ 14,70. Porém, está prevista uma alta no preço da embalagem da polpa de acerola no próximo mês, passando a custar R$ 15,30.

Para não aumentar o preço do suco, o comerciante negociou com o fornecedor uma redução no preço da embalagem da polpa de morango.

A redução, em real, no preço da embalagem da polpa de morango deverá ser de

a) 1,20

b) 0,90

c) 0,60

d) 0,40

e) 0,30

Resposta

Usando dois terços do volume embalagem de polpa morango gastam – se 23x 18 = 12 reais mais um terço do volume da embalagem da polpa de acerola, $\frac{1}{3}$ x 14,70 = 4,90 totalizando um custo de 16,90.

Com o aumento de preço da polpa de acerola em 60 centavos, o custo total desta parte muda para:

$\frac{1}{3}$ x 15,30 = 5,10

Mantendo o preço total em 15,90,

O preço gasto com morango será de: 16,90 – 5,10 = 11,80. Porém, esse preço representa $\frac{2}{3}$ x = 11,80 e por isso x = 17,70. Logo, a diminuição é de R$ 0,30.

6) Dízimas periódicas

Para transformar uma dízima periódica em uma fração (fração geratriz), usamos um método baseado em multiplicações e subtrações que eliminam a parte decimal infinita e transformam o número em uma equação simples.

O processo consiste em multiplicar o número por uma potência de 10 suficiente para alinhar o período (parte que se repete) após a vírgula. Quando há um anteperíodo (parte não repetida), é necessário fazer duas multiplicações: uma para mover o período até a vírgula e outra para mover toda a parte decimal.

Em seguida, subtrai-se as equações para cancelar a parte repetitiva, restando uma equação com números inteiros. A solução dessa equação é a fração geratriz.

Esse método mostra que toda dízima periódica é um número racional e pode ser representado por uma fração exata.

Exemplo

(ENEM-2014) Um estudante se cadastrou numa rede social na internet que exibe o índice de popularidade do usuário. Esse índice é a razão entre o número de admiradores do usuário e o número de pessoas que visitam seu perfil na rede.

Ao acessar seu perfil hoje, o estudante descobriu que seu índice de popularidade é 0,3121212…

O índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são

A) 103 em cada 330.

B) 104 em cada 333.

C) 104 em cada 3 333.

D) 139 em cada 330.

E) 1 039 em cada 3 330.

Resposta: Letra A

$$x = 0{,}31212121\ldots$$

$$1000x = 312{,}121212\ldots$$

$$10x = 3{,}121212\ldots$$

$$1000x - 10x = 312{,}121212\ldots - 3{,}121212\ldots$$

$$990x = 309$$

$$x = \frac{309}{990}$$

$$x = \frac{103}{330}$$

Decimais

<u>1) Comparação de decimais</u>

Para comparar números decimais, siga estes passos:

a) Compare a parte inteira. Quem tiver a maior parte inteira é o maior número.
b) Se as partes inteiras forem iguais, compare os números depois da vírgula, dígito por dígito.
c) Se precisar, complete com zeros à direita para facilitar.

Exemplo

(ENEM – 2015) Deseja-se comprar lentes para óculos. As lentes devem ter espessuras mais próximas possíveis da medida 3 mm. No estoque de uma loja, há lentes de espessuras: 3,10 mm; 3,021 mm; 2,96 mm; 2,099 mm e 3,07 mm. Se as lentes forem adquiridas nessa loja, a espessura escolhida será, em milímetros, de

A) 2,099.

B) 2,96.

C) 3,021.

D) 3,07.

E) 3,10.

Resposta: Basta avaliar qual número está menos distante do valor 3mm, que é a alternativa C.

2) Adição e subtração

Alinhe as vírgulas e some normalmente, como se fossem números inteiros.

Exemplo:

12,4 + 3,56 = 12,40 + 3,56 = 15,96

3) Multiplicação

Ignore temporariamente as vírgulas e multiplique como inteiros.

Depois, conte o total de casas decimais nos dois números e coloque no resultado.

Exemplo:

2,4 × 0,5 = 1,20

3,55 (duas casas decimais) x 1,1 (uma casa decimal) = 3,905 (três casas decimais)

4) Divisão

Torne o divisor um número inteiro (multiplicando por 10, 100 etc.).

Aplique a mesma multiplicação no dividendo.

Divida normalmente.

$$6{,}4 \div 0{,}2$$

Multiplicamos **numerador e denominador por 10** para eliminar a vírgula do divisor:

$$\frac{6{,}4}{0{,}2} = \frac{64}{2} = 32$$

$$7,25 \div 0,5$$

Temos casas decimais diferentes: 2 no dividendo, 1 no divisor.

Multiplicamos ambos por **10** (para eliminar a vírgula do divisor):

$$\frac{7,25}{0,5} = \frac{72,5}{5} = 14,5$$

5) <u>Conversão de decimal em fração e vice e versa</u>

a) Decimal para fração: coloque o número sobre a potência de 10 correspondente.

Exemplo:

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

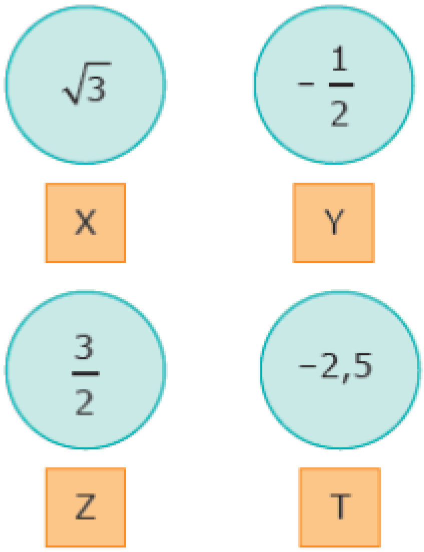
b) Fração para decimal: divida o numerador pelo denominador.

Exemplo:

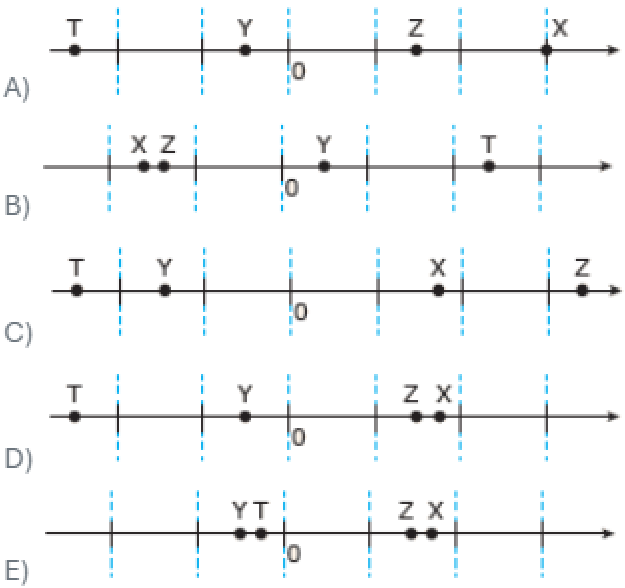
$$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$$

Exemplo

(ENEM-2013) Em um jogo educativo, o tabuleiro é uma representação da reta numérica e o jogador deve posicionar as fichas contendo números reais corretamente no tabuleiro, cujas linhas pontilhadas equivalem a 1 (uma) unidade de medida. Cada acerto vale 10 pontos. Na sua vez de jogar, Clara recebe as seguintes fichas:



Para que Clara atinja 40 pontos nessa rodada, a figura que representa seu jogo, após a colocação das fichas no tabuleiro, é:



Solução

Como x = √3 = 1,7; y = -1/2 = – 0,5 e z = 3/2 = 1,5 tem-se t < y < z < x.

Assim, a figura que representa o jogo de Clara é a da alternativa D.

Letra D.

Razão e Proporção

Razão: comparação entre grandezas do mesmo tipo

Proporção: igualdade entre razões

Exemplo

(ENEM-2012) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

A) 12 kg.

B) 16 kg.

C) 24 kg.

D) 36 kg.

E) 75 kg.

Resposta

A proporção recomendada da dosagem a cada 8 horas é de 5 gotas/2 kg de massa corporal (valor base) e a mãe ministrou corretamente 30 gotas a cada 8 horas.

Como a quantidade de gotas foi o sêxtuplo do valor base (5.6 = 30), seu filho tem o sêxtuplo de massa referente ao valor base (2 kg), 2.6 = 12 kg.

Exemplo 2

(ENEM) Antônio, Joaquim e José são sócios de uma empresa cujo capital é dividido, entre os três, em partes proporcionais a: 4, 6 e 6, respectivamente. Com a intenção de igualar a participação dos três sócios no capital da empresa, Antônio pretende adquirir uma fração do capital de cada um dos outros dois sócios.

A fração do capital de cada sócio que Antônio deverá adquirir é

a) 1/2

b) 1/3

c) 1/9

d) 2/3

e) 4/3

Resposta

Considerando como k a constante de proporcionalidade, temos que o total do capital é dado por 4k+6k+6k=16k

Precisamos que cada um tenha 1/3 do total 16k, que será 16k/3.

O sócio minoritário precisa receber 16k/3 - 4k = 4k/3

Devemos dividir essa quantidade em duas partes, pois será retirado dos dois sócios:

4k/3 : 2 = 4k/6 = 2k/3

Agora precisamos saber quanto equivale o que cada um irá doar do seu total isto é

$$\frac{\frac{2k}{3}}{6k} = \frac{2k}{3} \cdot \frac{1}{6k} = \frac{2k}{18k} = 1/9$$

Regra de Três Simples

Diretamente proporcional: multiplica cruzado

Inversamente proporcional: multiplica em linha reta

Exemplo

Paulo estava levando seu filho para realizar a prova do Enem. Para o trajeto escolhido, se o veículo estivesse com uma velocidade de 70 km/h levaria cerca de 1h30 para chegar ao local de realização da prova.

Se o velocímetro do carro que Paulo estava dirigindo marcava a velocidade de 85 km/h, quanto tempo, aproximadamente, em minutos, Paulo economizou ao ir mais rápido?

a) 12

b) 16

c) 14

d) 10

Resposta

Observe que quanto maior a velocidade do carro menor será o tempo para realizar o trajeto. Sendo assim, o problema envolve grandezas **inversamente proporcionais**.

Como uma hora tem sessenta minutos, uma hora e trinta minutos corresponde a uma hora e meia, que pode ser escrita 1,5h.

Velocidade	Tempo
70 km/h	1,5 h
85 km/h	x

$$85x = 70.1{,}5$$

$$x = \frac{105}{85}$$

$$x = 1{,}23\text{ h}$$

Para saber quanto tempo Paulo economizou devemos subtrair do tempo normal o valor de x encontrado.

1,5 h – 1,23 h = 0,27 h

Agora, realizamos uma regra de três simples para converter horas em minutos.

Horas	Minutos
1h	60 min
0,27h	y

$$y = \frac{0{,}27\text{h} \cdot 60\text{ min}}{1\text{h}}$$

$$y = 16{,}2\text{ min}$$

Portanto, Paulo economizou aproximadamente 16 minutos ao aumentar a velocidade.

Regra de Três Composta

1. Listar as grandezas

2. Ver se são diretas ou inversas (grandezas diretamente proporcionais setas no mesmo sentido e inversamente setas em sentidos opostos)

3. Tomar a grandeza que possui a variável como base e comparar com as outras grandezas, ao comparar duas grandezas fixar as demais grandezas.

4. Grandeza que possui a variável que foi base fica no primeiro membro da igualdade, no segundo membro as demais grandezas, grandezas com seta para baixo invertemos a fração.

3. Resolver a equação.

Exemplo

Três funcionários em uma empresa de promoção de eventos, preparam uma festa para 50 convidados em 3 dias. Em quantos dias 8 funcionários prepararão uma festa para 320 convidados?

Resposta

n° de funcionários	n° de convidados	dias
3	50	3
8	320	x

Deve-se inverter as razões de grandezas inversamente proporcionais.

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{50}{320} = \frac{3}{x}$$

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{50}{320} = \frac{3}{x}$$

$$\frac{400}{960} = \frac{3}{x}$$

$$400 \,.\, x = 3 \,.\, 960$$

$$400x = 2\,880$$

$$x = \frac{2\,880}{400}$$

$$x = 7{,}2$$

Escala

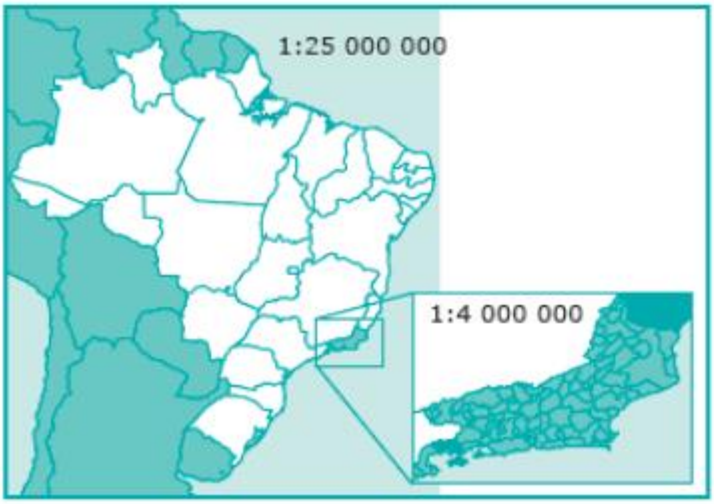
Escala é a relação entre o tamanho real de um objeto e sua representação em um desenho, mapa ou maquete.

Ela mostra quantas vezes o tamanho foi reduzido ou ampliado, mantendo sempre as proporções.

$$\text{Escala} = \frac{\text{medida no desenho}}{\text{medida real}}$$

Exemplo

(ENEM-2013) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é:

A) menor que 10.

B) maior que 10 e menor que 20.

C) maior que 20 e menor que 30.

D) maior que 30 e menor que 40.

E) maior que 40.

Resposta

A escala apresenta a relação entre duas medidas , a do desenho e a real. No mapa do brasil, 1 unidade do desenho equivale a 25 000 000 do real. Já no mapa do Rio de Janeiro, 1 unidade equivale a 4 000 000 do real.

Assim, temos:

$$\frac{25.000.000}{4.000.000} = \frac{25}{4} = K$$

$$K^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 = \frac{625}{16} = 39,0625$$

Então, o número de vezes que foi ampliada a área é um um número maior que 30 e menor que 40.

Divisão Proporcional Direta

A divisão diretamente proporcional é usada quando queremos repartir um valor total entre partes, de forma que cada parte receba mais ou menos conforme seu "peso" ou "importância".

Nesse tipo de situação, quanto maior o número associado à parte, maior será o valor recebido.

Se os valores devem ser divididos proporcionalmente a números a, b, c, então as partes recebidas serão:

$$a \cdot k, \quad b \cdot k, \quad c \cdot k$$

Onde k é a constante de proporcionalidade, que representa o valor de cada parte unitária da razão.

Exemplo

João possui três filhos: Ana, Thiago e Jorge. Ao falecer, João deixou R$ 1.500.000,00 de herança para seus filhos. O dinheiro deverá ser dividido de forma diretamente proporcional à idade de cada filho. Determine quanto cada um receberá, sabendo que Ana está com 17, Thiago com 20 e Jorge com 23 anos.

Resposta

Para facilitar nossos cálculos, vamos identificar Ana por **A**, Thiago por **T** e Jorge por **J**. Sabendo que a divisão será diretamente proporcional à idade de cada um, temos a seguinte razão:

$$\frac{A}{17} + \frac{T}{20} + \frac{J}{23} = \frac{A + T + J}{17 + 20 + 23} = \frac{1500000}{60} = 25000$$

Agora que já identificamos a razão dessa divisão proporcional, vamos igualá-la ao quociente do valor recebido por cada irmão e sua idade.

Para Ana, temos:

$$\frac{A}{17} = 25000$$

$$A = 25000 \,.\, 17$$

$$A = 425000$$

Para Thiago:

$$\frac{T}{20} = 25000$$

$$T = 25000 \cdot 20$$

$$T = 500000$$

E para Jorge:

$$\frac{J}{23} = 25000$$

$$A = 25000 \cdot 23$$

$$A = 575000$$

Portanto, Ana receberá R$ 425.000,00 de herança de seu pai, Thiago receberá R$ 500.000,00 e Jorge, R$ 575.000,00.

Divisão inversamente proporcional

A divisão inversamente proporcional é usada quando se deseja repartir um valor total entre partes de forma que quem tiver maior "peso" receba uma parte menor, e quem tiver menor peso receba uma parte maior.

Se os valores devem ser divididos inversamente proporcionais aos números a, b, c, então as partes serão:

$$\frac{k}{a}, \quad \frac{k}{b}, \quad \frac{k}{c}$$

Exemplo

Conhecemos como quadrilátero um polígono que possui 4 lados. Sabendo que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é sempre igual a 360º e que um quadrilátero possui ângulos inversamente proporcionais a 2, 3, 4, e 5, então, o valor do menor ângulo dessa quadrilátero é, aproximadamente:

A) 56º
B) 64º
C) 96º
D) 120º
E) 140º

Resposta

Como os ângulos são inversamente proporcionais a 2, 3, 4 e 5, então, temos que:

$$a = \frac{k}{2}$$

$$b = \frac{k}{3}$$

$$c = \frac{k}{4}$$

$$d = \frac{k}{5}$$

Substituindo esses valores na equação, temos que:

$$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \frac{k}{5} = 360$$

$$\frac{30k + 20k + 15k + 12k}{60} = 360$$

$$\frac{77k}{60} = 360$$

$$77k = 360 \cdot 60$$

$$77k = 21600$$

$$k = \frac{21600}{77}$$

Como nós queremos o menor ângulo, temos que d = k/5, então, temos que:

$$d = \frac{k}{5}$$

$$d = \frac{\frac{21600}{77}}{5}$$

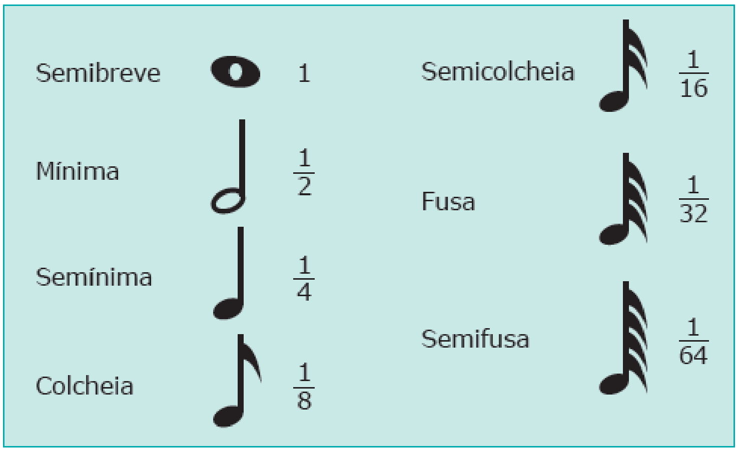
$$d = \frac{21600}{77} \cdot \frac{1}{5}$$

$$d = \frac{21600}{385}$$

$$d \approx 56^o$$

Questões de vestibulares

1)(ENEM-2009)A Música e a Matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte:



Um compasso é uma unidade musical composta de determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for *12*, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras. Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é *34*, poderia ser preenchido com:

A)24 fusas.
B) 3 semínimas.
C) 8 semínimas.
D) 24 colcheias e 12 semínimas.
E) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

2)(ENEM-2012) O Ministério da Saúde acompanha com preocupação a difusão da tuberculose no Brasil. Um sistema de vigilância baseia-se no acompanhamento sistemático das taxas de incidência dessa doença nos estados. Depois de credenciar alguns estados a receberem recursos, em 2006, passou a ser de grande importância definir prioridades para a alocação de recursos de combate e prevenção, levando em consideração as taxas de incidência para os anos de 2000 e 2004, conforme o quadro seguinte.

Estado	Taxa de incidência	
	2000	2004
Amapá	9,0	37,1
Amazonas	72,8	69,0
Goiás	20,5	16,7
Minas Gerais	0,3	27,2
Pernambuco	43,3	51,0
Rio de Janeiro	90,7	79,7
São Paulo	45,8	38,2

Disponível em: SINAN, 2006; IBGE, Censo 2000.

Se a prioridade na distribuição de recursos for dada ao estado que tiver maior aumento absoluto em suas taxas de incidência, ela será dada para

A) Amapá.

B) Amazonas.

C) Minas Gerais.

D) Pernambuco.

E) Rio de Janeiro.

3) (ENEM-2012) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) mede a qualidade de vida dos países para além dos indicadores econômicos. O IDH do Brasil tem crescido ano a ano e atingiu os seguintes patamares: 0,600 em 1990; 0,665 em 2000; 0,715 em 2010. Quanto mais perto de 1,00, maior é o desenvolvimento do país.

O Globo. Caderno Economia, 3 nov. 2011 (adaptado).

Observando o comportamento do IDH nos períodos citados, constata-se que, ao longo do período 1990-2010, o IDH brasileiro

A) diminuiu com variações decenais crescentes.

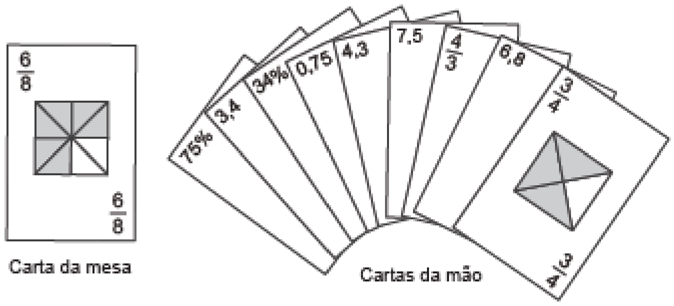
B) diminuiu em proporção direta com o tempo.

C) aumentou com variações decimais decrescentes.

D) aumentou em proporção direta com o tempo.

E) aumentou em proporção inversa com o tempo.

4)(ENEM-2015) No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado. No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira carta a da mesa e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente àquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de um jogador são como no esquema:



Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

A) 9
B) 7
C) 5
D) 4
E) 3

5) (ENEM-2017) Uma pessoa ganhou uma pulseira formada por pérolas esféricas, na qual faltava uma das pérolas. A figura indica a posição em que estaria faltando esta pérola.

Ela levou a joia a um joalheiro que verificou que a medida do diâmetro dessas pérolas era 4 milímetros. Em seu estoque, as pérolas do mesmo tipo e formato, disponíveis para reposição, tinham diâmetros iguais a: 4,025 mm; 4,100 mm; 3,970 mm; 4,080 mm e 3,099 mm. O joalheiro então colocou na pulseira a pérola cujo diâmetro era o mais próximo do diâmetro das pérolas originais. A pérola colocada na pulseira pelo joalheiro tem diâmetro, em milímetro, igual a

A) 3,099.
B) 3,970.
C) 4,025.
D) 4,080.
E) 4,100.

6) (ENEM-2014) Um estudante se cadastrou numa rede social na internet que exibe o índice de popularidade do usuário. Esse índice é a razão entre o número de admiradores do usuário e o número de pessoas que visitam seu perfil na rede.
Ao acessar seu perfil hoje, o estudante descobriu que seu índice de popularidade é 0,3121212…
O índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são
A) 103 em cada 330.
B) 104 em cada 333.
C) 104 em cada 3 333.
D) 139 em cada 330.
E) 1 039 em cada 3 330.

7)(ENEM-2014) André, Carlos e Fábio estudam em uma mesma escola e desejam saber quem mora mais perto da escola. André mora a cinco vinte avos de um quilômetro da escola. Carlos mora a seis quartos de um quilômetro da escola. Já Fábio mora a quatro sextos de um quilômetro da escola.

A ordenação dos estudantes de acordo com a ordem decrescente das distâncias de suas respectivas casas à escola é
A) André, Carlos e Fábio.
B) André, Fábio e Carlos.
C) Carlos, André e Fábio.
D) Carlos, Fábio e André.
E) Fábio, Carlos e André.

8)(ENEM-2011) O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido por "relógio de luz", é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:

Disponível em: http://www.enersul.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010.

A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por 4 algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro.

O número obtido pela leitura em kWh, na imagem, é

A) 2 614.

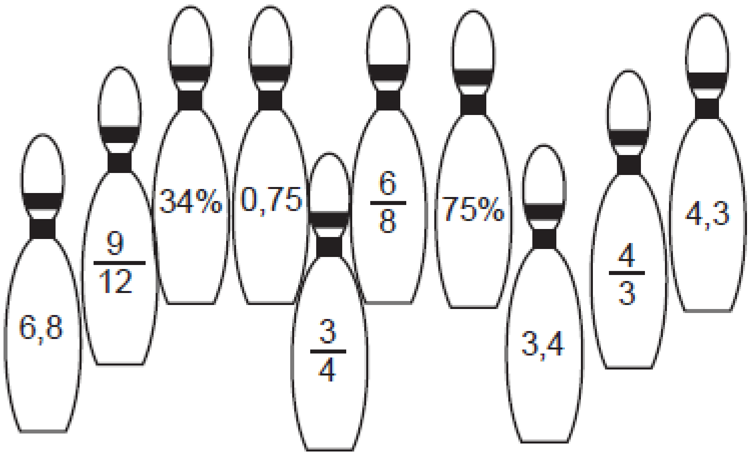
B) 3 624.

C) 2 715.

D) 3 725.

E) 4 162.

9) (ENEM-2019) O boliche é um esporte cujo objetivo é derrubar, com uma bola, uma série de pinos alinhados em uma pista. A professora de matemática organizou um jogo de boliche em que os pinos são garrafas que possuem rótulos com números, conforme mostra o esquema.



O aluno marca pontos de acordo com a soma das quantidades expressas nos rótulos das garrafas que são derrubadas. Se dois ou mais rótulos representam a mesma quantidade, apenas um deles entra na contagem dos pontos. Um aluno marcou 7,55 pontos em uma jogada. Uma das garrafas que ele derrubou tinha o rótulo 6,8.

A quantidade máxima de garrafas que ele derrubou para obter essa pontuação é igual a

A) 2.

B) 3.

C) 4.

D) 5.

E) 6.

10) (ENEM-2020) Um jogo pedagógico é formado por cartas nas quais está impressa uma fração em uma de suas faces. Cada jogador recebe quatro cartas e vence aquele que primeiro consegue ordenar crescentemente suas cartas pelas respectivas frações impressas. O vencedor foi o aluno que recebeu as cartas com as frações: *3/5*, *1/4*, *2/3* e *5/9*.

A ordem que esse aluno apresentou foi

A) *1/4*; *5/9*; *3/5*; *2/3*

B) *1/4*; *2/3*; *3/5*; *5/9*

C) *2/3*; *1/4*; *3/5*; *5/9*

D) *5/9*; *1/4*; *3/5*; *2/3*

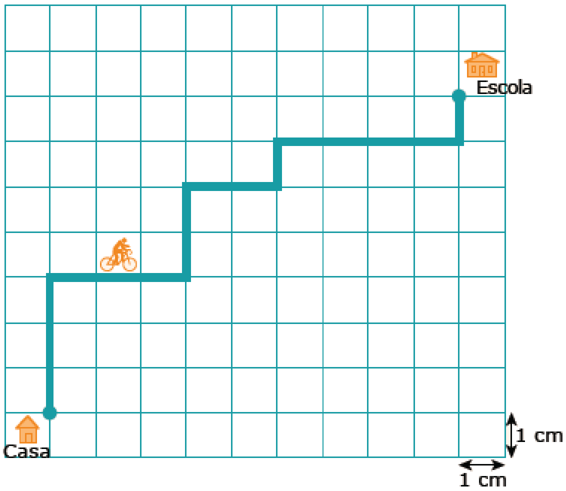
E) *2/3*; *3/5*; *1/4*; *5/9*

11) (ENEM-2013) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m³ de concreto.

Qual é o volume de cimento, em m³, na carga de concreto trazido pela betoneira?

A)1,75
B)2,00
C)2,33
D)4,00
E) 8,00

12) (ENEM-2013) A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1 : 25 000, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

A)4
B)8
C)16
D)20
E)40

13) (ENEM-2012) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

A) 12 kg.

B) 16 kg.

C) 24 kg.

D) 36 kg.

E) 75 kg.

14) (ENEM-2012) José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6:5:4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto, José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4:4:2, respectivamente.

Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

A) 600, 550, 350

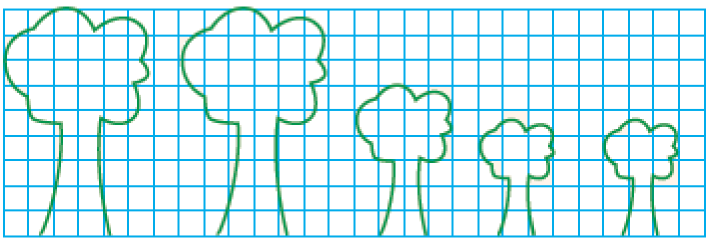
B) 300, 300, 150

C) 300, 250, 200

D) 200, 200, 100

E) 100, 100, 50

15) (ENEM-2012) Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



I	II	III	IV	V
1 : 100	2 : 100	2 : 300	1 : 300	2 : 300

Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

A) I

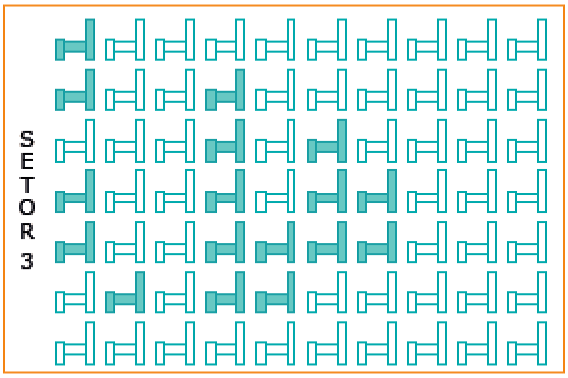
B) II

C) III

D) IV

E) V

16)(ENEM-2013) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é:

A)17/70
B)17/53
C)53/70
D)53/17
E) 70/17

17) (ENEM-2016) Diante da hipótese do comprometimento da qualidade da água retirada do volume morto de alguns sistemas hídricos, os técnicos de um laboratório decidiram testar cinco tipos de filtros de água. Dentre esses, os quatro com melhor desempenho serão escolhidos para futura comercialização. Nos testes, foram medidas as massas de agentes contaminantes, em miligrama, que não são capturados por cada filtro em diferentes períodos, em dia, como segue:

• Filtro 1 (F1): 18 mg em 6 dias;
• Filtro 2 (F2): 15 mg em 3 dias;
• Filtro 3 (F3): 18 mg em 4 dias;
• Filtro 4 (F4): 6 mg em 3 dias;
• Filtro 5 (F5): 3 mg em 2 dias.

Ao final, descarta-se o filtro com a maior razão entre a medida da massa de contaminantes não capturados e o número de dias, o que corresponde ao de pior desempenho.

Disponível em: <www.redebrasilatual.com.br/>.
Acesso em: 12 jul. 2015 (Adaptação).

O filtro descartado é o
A) F1
B) F2
C) F3
D) F4

18) (ENEM-2016) Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

• Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
• Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
• Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
• Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;
• Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

Disponível em: www.blog.saude.gov.br.

Acesso em: 25 fev. 2013.

A marca a ser escolhida é:

A) A
B) B
C) C
D) D
E) E

19) (ENEM-2014) Durante uma epidemia de uma gripe viral, o secretário de saúde de um município comprou 16 galões de álcool em gel, com 4 litros de capacidade cada um, para distribuir igualmente em recipientes para 10 escolas públicas do município. O fornecedor dispõe à venda diversos tipos de recipientes, com suas respectivas capacidades listadas:

– Recipiente I: 0,125 litro
– Recipiente II: 0,250 litro
– Recipiente III: 0,320 litro
– Recipiente IV: 0,500 litro
– Recipiente V: 0,800 litro

O secretário de saúde comprará recipientes de um mesmo tipo, de modo a instalar 20 deles em cada escola, abastecidos com álcool em gel na sua capacidade máxima, de forma a utilizar todo o gel dos galões de uma só vez.

Que tipo de recipiente o secretário de saúde deve comprar?

A)I
B)II
C)III
D)IV
E) V

20)(Enem 2013) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m³. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m³, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a:

a) 2.

b) 4.

c) 5.

d) 8.

e) 9.

21) (Enem 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

a) 15,00.

b) 14,00.

c) 10,00.

d) 5,00.

e) 4,00.

22)(Enem 2011) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 kWh consome 4,8 kW por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

a) 0,8

b) 1,6

c) 5,6

d) 11,2

e) 33,

23) (Enem 2009) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região.Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunossomaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha.

Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de

a) 920 kg.

b) 800 kg.

c) 720 kg.

d) 600 kg.

e) 570 kg.

Gabarito

1-d

2-a

3-c

4-e

5-c

6-a

7-d

8-a

9-e

10-a

11-b

12-e

13-a

14-b

15-d

16-a

17-b

18-b

19-c

20-c

21-e

22-d

23-a