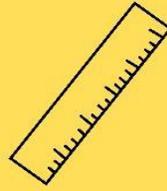


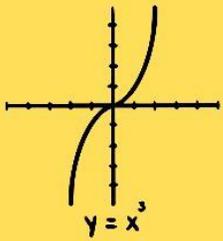
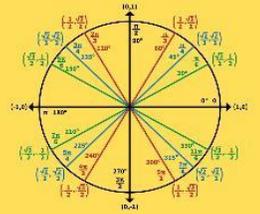
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Regressão
Júlia

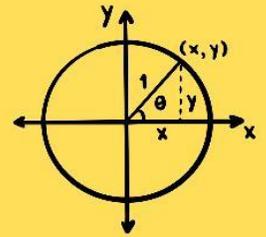
$$5 \cdot 1 + 2 = 7$$
$$4 \cdot \% \cdot 3 = 12$$



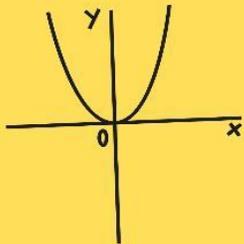
$$(a+b)^2$$



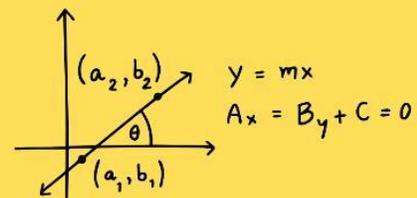
Semana 7



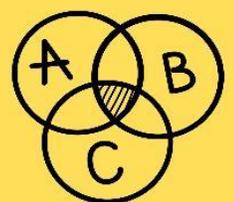
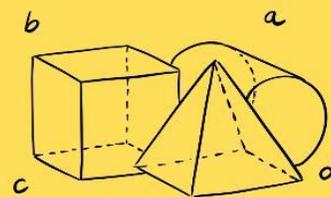
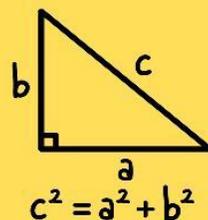
Geometria espacial



ENEM



$$1 - 2 = -1$$
$$3 + \% \cdot 4 = 7$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Conceitos Básicos da Geometria Espacial

A Geometria Espacial estuda as figuras no espaço tridimensional, ou seja, aquelas que possuem comprimento, largura e altura.

Poliedros e Corpos Redondos

- Poliedros: figuras geométricas formadas apenas por faces planas, como cubos, prismas e pirâmides.
- Corpos redondos: figuras que possuem superfícies curvas, como cilindros, cones e esferas.

Elementos das Figuras Espaciais

- Vértices: pontos onde três ou mais arestas se encontram.
- Arestas: segmentos de reta que ligam dois vértices.
- Faces: superfícies planas que formam o poliedro.

Relação de Euler (Relação entre vértices, arestas e faces de um poliedro)

$$V - A + F = 2$$

V = Quantidade de vértices do poliedro

A = Quantidade de arestas do poliedro

F = Quantidade de faces do poliedro

Exemplo 1

(ENEM) O hábito cristalino é um termo utilizado por mineralogistas para descrever a aparência típica de um cristal em termos de tamanho e forma. A granada é um mineral cujo hábito cristalino é um poliedro com 30 arestas e 20 vértices. Um mineralogista construiu um modelo ilustrativo de um cristal de granada pela junção dos polígonos correspondentes às faces.

Supondo que o poliedro ilustrativo de um cristal de granada é convexo, então a quantidade de faces utilizadas na montagem do modelo ilustrativo desse cristal é igual a

- A) 10.
- B) 12.
- C) 25.
- D) 42.
- E) 50.

Solução

Sendo $V = 20$ e $A = 30$ pelo Teorema de Euler:

$$V + F = 2 + A$$

$$20 + F = 2 + 30$$

$$F = 12.$$

Exemplo 2

Um poliedro convexo com 16 arestas possui o número de faces igual ao número de vértices. Quantas faces têm esse poliedro?

- a) 16
- b) 14
- c) 11
- d) 9
- e) 7

Solução

$$V - 16 + V = 2$$

$$2V - 16 = 2$$

$$2V = 18$$

$$V = 9$$

Como $F = V$, então:

$$F = 9$$

Exemplo 3

(Cesgranrio) Um poliedro convexo é formado por 4 faces triangulares, 2 faces quadrangulares e 1 face hexagonal. O número de vértices desse poliedro é de:

- A) 6.

B) 7.

C) 8.

D) 9.

E) 10.

Solução

$$F=4+2+1=7$$

Cada triângulo tem 3 arestas $\rightarrow 4 \times 3 = 12$ arestas

Cada quadrilátero tem 4 arestas $\rightarrow 2 \times 4 = 8$ arestas

Cada hexágono tem 6 arestas $\rightarrow 1 \times 6 = 6$ arestas

Total de arestas somadas (antes de dividir):

$$12+8+6=26$$

Como cada aresta é compartilhada por 2 faces:

$$A=26/2 = 13$$

Aplicar a fórmula de Euler

$$V-13+7=2$$

$$V-6=2$$

$$V = 8$$

Projeções

Projeção é o processo de representar objetos tridimensionais (3D) em superfícies bidimensionais (2D), como o papel ou tela.

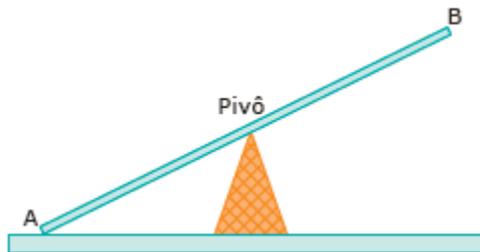
- A) Projeção Ortogonal (ou Projeção Cilíndrica Ortogonal)
- Os **raios projetantes** são perpendiculares ao plano de projeção.
 - É a forma mais comum na geometria descritiva e no desenho técnico.
 - Preserva as proporções reais nas vistas.

b) São as **representações planas** (2D) de um objeto vistas de diferentes direções, como se o observador olhasse **de frente, de cima ou de lado**.

- **Vista Frontal** – o que se vê olhando diretamente para a frente do objeto.
- **Vista Superior** – o que se vê olhando de cima.
- **Vista Lateral** – o que se vê olhando de um dos lados (esquerdo ou direito).

Exemplo 1

(ENEM) Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra. Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos **A** e **B** são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos **A** e **B**, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

A)



B)



C)



D)



E)

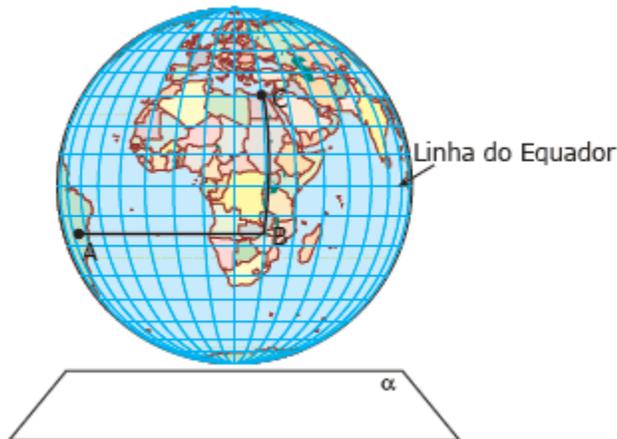


Solução

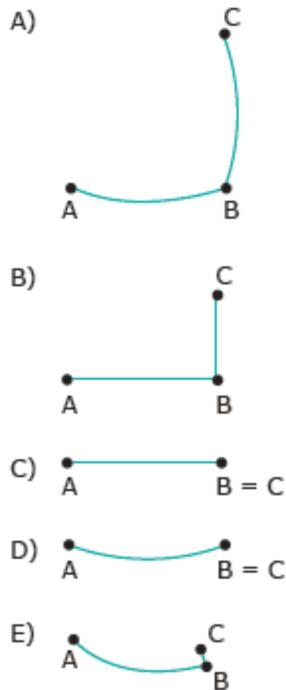
A projeção ortogonal das trajetórias dos pontos A e B (movimento de subida e descida) no plano do chão são dois segmentos de reta na horizontal, assim a alternativa que melhor apresenta é a B.

Exemplo 2

(ENEM) A figura representa o globo terrestre e nela estão marcados os pontos **A**, **B** e **C**. Os pontos **A** e **B** estão localizados sobre um mesmo paralelo, e os pontos **B** e **C**, sobre um mesmo meridiano. É traçado um caminho do ponto **A** até **C**, pela superfície do globo, passando por **B**, de forma que o trecho de **A** até **B** se dê sobre o paralelo que passa por **A** e **B** e, o trecho de **B** até **C** se dê sobre o meridiano que passa por **B** e **C**. Considere que o plano α é paralelo à Linha do Equador na figura.



A projeção ortogonal, no plano α , do caminho traçado no globo pode ser representada por



Solução

O arco AB pertence a um plano paralelo a α , portanto sua projeção ortogonal em α também

será um arco. Os pontos B e C não são simétricos em relação ao plano do equador e o arco

BC pertence a um plano perpendicular a α , assim sua projeção ortogonal sobre α será um

segmento de reta. Logo, a melhor representação é a da alternativa E.

Medidas na Geometria Espacial

- Volume: medida do espaço ocupado por um sólido. É expresso em unidades cúbicas (cm^3 , m^3 , etc).

- Área da superfície: soma das áreas de todas as faces do sólido.

Fórmulas Importantes

Cubo

- Volume do cubo: $V = a^3$

- Área total do cubo: $A = 6a^2$

- Diagonal do cubo: $D = a\sqrt{3}$

Paralelepípedo

- Volume do paralelepípedo: $V = a \times b \times c$
- Área do paralelepípedo: $A = 2(ab + bc + ac)$
- Diagonal do paralelepípedo: $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Prisma

- Volume do prisma: $V = Ab \times h$ ($Ab = \text{área da base}$)
- Área total = soma das áreas de todas as faces

Pirâmide

- Volume da pirâmide: $V = (Ab \times h)/3$
- Área total = soma das áreas de todas as faces

Cilindro

- Volume do cilindro: $V = \pi \times r^2 \times h$
- Área total : $A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

Cone

- Volume do cone: $V = (\pi \times r^2 \times h)/3$
- Área total: $A_t = \pi r^2 + \pi r g$

g (geratriz do cone)

Esfera

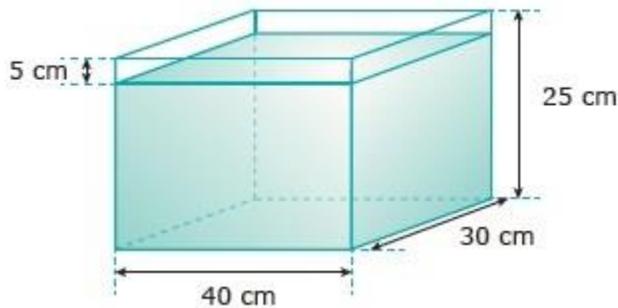
- Volume da esfera: $V = (4/3) \times \pi \times r^3$
- Área total: $A = 4\pi r^2$

Tetraedro regular

- Volume: **$V = (a^3\sqrt{2}) / 12$**
- Área total: $A = a^{2\sqrt{3}}$
- Altura: $A = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Exemplo 1

(ENEM) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.



O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de $2\,400\text{ cm}^3$?

- A) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
- B) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
- C) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
- D) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
- E) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

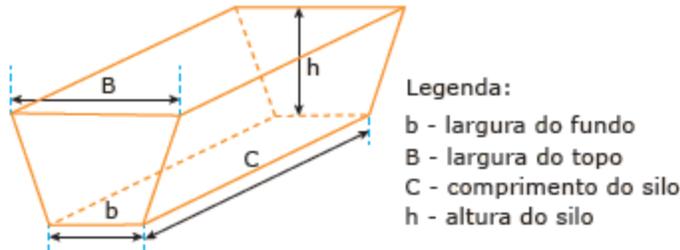
Solução

O nível de água subirá 2 cm, pois, usando a fórmula de um prisma de base retangular, temos:

$$30\text{ cm} \times 40\text{ cm} \times x = 2\,400\text{ cm}^3 \Leftrightarrow x = 2\text{ cm}$$

Exemplo 2

(ENEM) Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.



Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m³ desse tipo de silo. EMBRAPA. Gado de corte. Disponível em: <www.cnpqc.embrapa.br>. Acesso em: 1 ago. 2012 (Adaptação). Após a silagem, a quantidade **MÁXIMA** de forragem que cabe no silo, em toneladas, é:

- A) 110
- B) 125
- C) 130
- D) 220
- E) 260

Solução

Para cada metro de altura, a largura do topo tem 0,5 metros a mais do que a largura do fundo, assim, em 2 metros de altura, a largura do topo tem $2 \times 0,5 = 1$ metro a mais do que a largura do fundo. Logo, a largura do fundo passa a ser 1 metro menor, assim, sendo 5 metros.

Assim, o volume do silo será: $V = (6 + 5) \cdot 20 / 2 = 220 \text{ m}^3$. Temos que 1 tonelada de forragem ocupa 2 m³, assim, caberão $220 / 2 = 110$ toneladas de forragem.

Exemplo 3

(ENEM) A figura mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 m, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam 204 m.



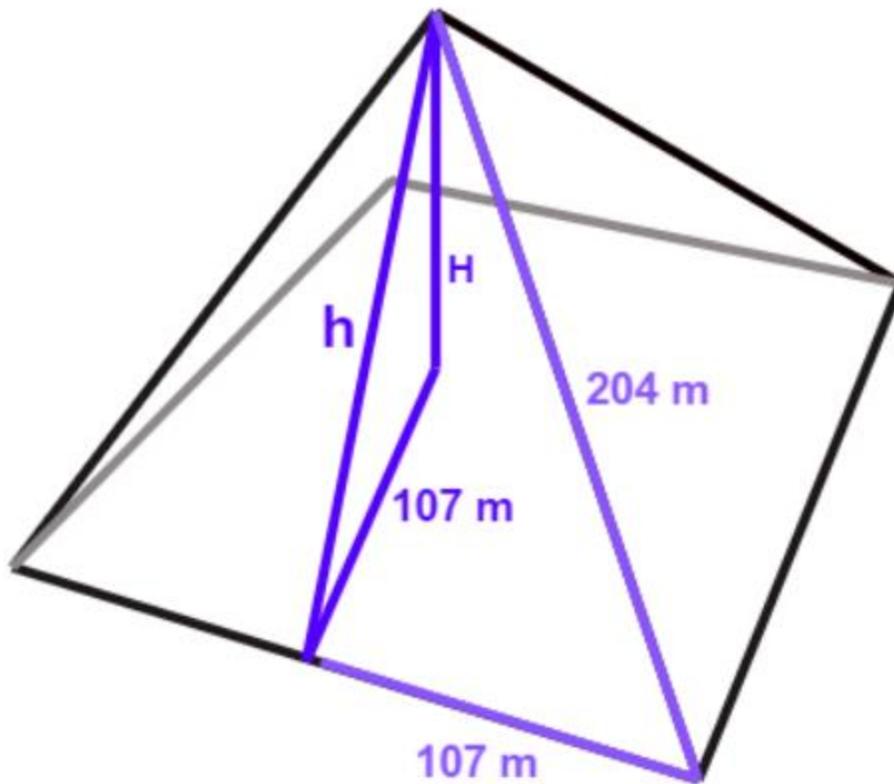
Disponível em: www.mauroweigel.blogspot.com.
Acesso em: 23 nov. 2011.

O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é

- A) 97,0.
- B) 136,8.
- C) 173,7.
- D) 189,3.
- E) 240,0.

Solução

Para calcular a altura da pirâmide devemos usar as seguintes dimensões



Onde H é a altura da pirâmide e h é a altura do triângulo lateral.

Por pitágoras temos que:

$$h^2 + 107^2 = 204^2$$

$$h^2 = 204^2 - 107^2$$

Temos também que

$$H^2 + 107^2 = h^2$$

Substituindo h^2 na equação acima

$$H^2 + 107^2 = 204^2 - 107^2$$

$$H^2 = 204^2 - 2 \cdot 107^2$$

$$H^2 = 41616 - 22898$$

$$H^2 = 18718$$

$$H = 136,8$$

Alternativa B

Exemplo 4

(ENEM) Para construir uma manilha de esgoto, um cilindro com 2 m de diâmetro e 4 m de altura (de espessura desprezível) foi envolvido homogeneamente por uma camada de concreto, contendo 20 cm de espessura.

Supondo que cada metro cúbico de concreto custe R\$ 10,00 e tomando 3,1 como valor aproximado de π , então o preço dessa manilha é igual a:

- A) R\$ 230,40.
- B) R\$ 124,00.
- C) R\$ 104,16.
- D) R\$ 54,56.
- E) R\$ 49,60.

Solução

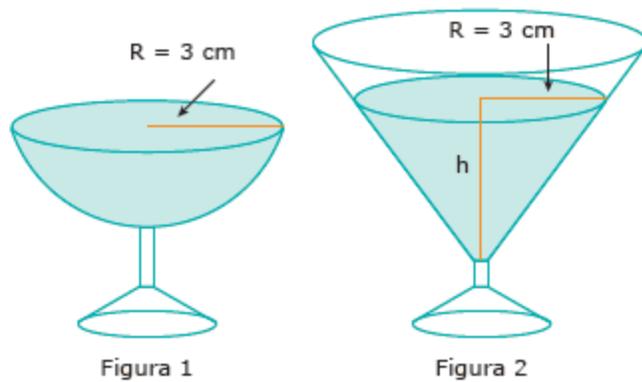
O volume de concreto é calculado a partir da diferença entre os volumes dos cilindros com raios diferentes: V_{maior} com raio igual a 1,2m e V_{menor} com raio igual a 1m e alturas iguais a 4 m

$$\text{Volume do concreto: } V_{\text{conc}} = V_{\text{maior}} - V_{\text{menor}}$$
$$V_{\text{conc}} = \pi (1,2^2 - 1^2) 4 = 3,1 \cdot 0,44 \cdot 4 = 5,456 \text{ m}^3$$

Assim, o preço dessa manilha, em reais, é igual a:
 $5,456 \cdot 10 = \text{R\$ } 54,56$

Exemplo 5

(ENEM) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.



Considere

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ e } V_{\text{Cone}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h.$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:

- A) 1,33
- B) 6,00
- C) 12,00
- D) 56,52
- E) 113,04

Solução

O volume da semiesfera (figura 1) é:

$$V_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3$$

$$V_e = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 27 = 18\pi \text{ cm}^3$$

O volume do cone (figura 2) é:

$$V_C = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot h$$

$$V_C = 3\pi h \text{ cm}^3$$

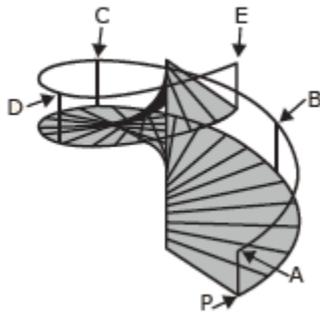
Para que os volumes seja iguais a altura h será:

$$3\pi h = 18\pi$$

$$3h = 18$$

Questões de vestibulares

1)(ENEM) O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos **A**, **B**, **C**, **D**, **E** sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos **P**, **A** e **E** estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto **A** até o ponto **D**.



A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:

A)



B)



C)



D)



E)



2)

3)(ENEM) Os alunos de uma escola utilizaram cadeiras iguais às da figura para uma aula ao ar livre. A professora, ao final da aula, solicitou que os alunos fechassem as cadeiras para guardá-las. Depois de guardadas, os alunos fizeram um esboço da vista lateral da cadeira fechada.



Qual é o esboço obtido pelos alunos?



4)6)(ENEM) Os sólidos de Platão são poliedros convexos cujas faces são todas congruentes a um único polígono regular, todos os vértices têm o mesmo número de arestas incidentes e cada aresta é compartilhada por apenas duas faces. Eles são importantes, por exemplo, na classificação das formas dos cristais minerais e no desenvolvimento de diversos objetos. Como todo poliedro convexo, os sólidos de Platão respeitam a relação de Euler $V - A + F = 2$, em

que V , A e F são os números de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente.

Em um cristal, cuja forma é a de um poliedro de Platão de faces triangulares, qual é a relação entre o número de vértices e o número de faces?

A) $2V - 4F = 4$

B) $2V - 2F = 4$

C) $2V - F = 4$

D) $2V + F = 4$

E) $2V + 5F = 4$

7)(ENEM) Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

PINE

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostas em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.



Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo.

A sombra projetada no solo é

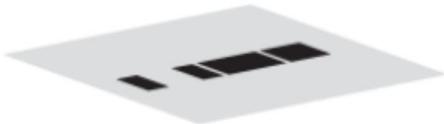
a)



b)



c)



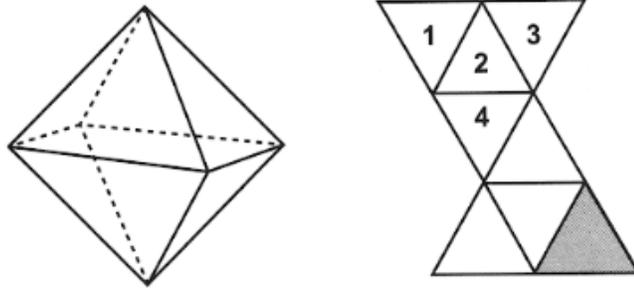
d)



e)



8)(ENEM) Num octaedro regular, duas faces são consideradas opostas quando não têm nem arestas, nem vértices em comum. Na figura, observa-se um octaedro regular e uma de suas planificações, na qual há uma face colorida na cor cinza escuro e outras quatro faces numeradas.



Qual(is) face(s) ficará(ão) oposta(s) à face de cor cinza escuro, quando o octaedro for reconstruído a partir da planificação dada?

- A) 1, 2, 3 e 4
- B) 1 e 3
- C) 1
- D) 2
- E) 4

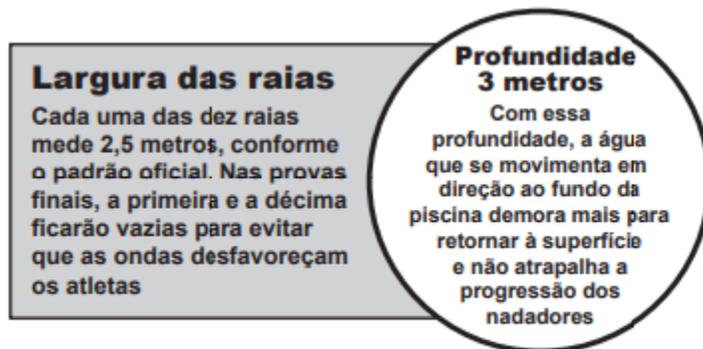
9)10)(ENEM) O recinto das provas de natação olímpica utiliza a mais avançada tecnologia para proporcionar aos nadadores condições ideais. Isso passa por reduzir o impacto da ondulação e das correntes provocadas pelos nadadores no seu deslocamento. Para conseguir isso, a piscina de competição tem uma profundidade uniforme de 3 m, que ajuda a diminuir a “reflexão” da água (o movimento) contra uma superfície e o regresso no sentido contrário, atingindo os nadadores), além dos já tradicionais 50 m de comprimento e 25 m de largura. Um clube deseja reformar sua piscina de 50 m de comprimento, 20 m de largura e 2 m de profundidade de forma que passe a ter as mesmas dimensões das piscinas olímpicas.

Disponível em: <<http://desporto.publico.pt>>. Acesso em: 06 ago. 2012.

Após a reforma, a capacidade dessa piscina superará a capacidade da piscina original em um valor mais próximo de

- A) 20%.
- B) 25%.
- C) 47%.
- D) 50%.
- E) 88%.

11)(ENEM) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:



Veja, n. 2 278, jul. 2012 [adaptado].

Veja, n 2278, jul. 2012 (adaptado).

A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a

- A) 3 750.
- B) 1 500.
- C) 1 250.
- D) 375.
- E) 150.

12)(ENEM) Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.



Figura 1

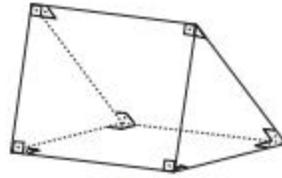


Figura 2

ROMERO, L. Tendências. *Superinteressante*, n. 315, fev. 2013 (adaptado).

ROMERO, L. Tendências. *Superinteressante*, n. 315, fev. 2013 (Adaptação).

A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na figura 2 é

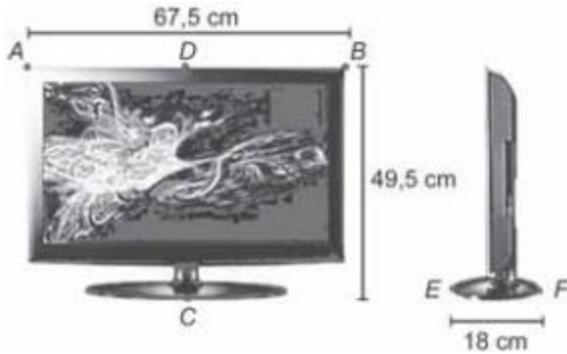
- A) tetraedro.
- B) pirâmide retangular.
- C) tronco de pirâmide retangular.
- D) prisma quadrangular reto.
- E) prisma triangular reto.

13)(ENEM) Uma empresa responsável por produzir arranjos de parafina recebeu uma encomenda de arranjos em formato de cone reto. Porém, teve dificuldades em receber de seu fornecedor o molde a ser utilizado e negociou com a pessoa que fez a encomenda o uso de arranjos na forma de um prisma reto, com base quadrada de dimensões $5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$.

Considerando que o arranjo na forma de cone utilizava um volume de 500 mL, qual deverá ser a altura, em cm, desse prisma para que a empresa gaste a mesma quantidade de parafina utilizada no cone?

- A) 8
- B) 14
- C) 20
- D) 60
- E) 200

14)(ENEM) Uma empresa especializada em embalagem de papelão recebeu uma encomenda para fabricar caixas para um determinado modelo de televisor, como o da figura.



A embalagem deve deixar uma folga de 5 cm em cada uma das dimensões. Esta folga será utilizada para proteger a televisão com isopor. O papelão utilizado na confecção das caixas possui uma espessura de 0,5 cm.

A empresa possui 5 protótipos de caixa de papelão, na forma de um paralelepípedo reto-retângulo, cujas medidas externas: comprimento, altura e largura, em centímetro, são respectivamente iguais a:

Caixa 1: 68,0 x 50,0 x 18,5

Caixa 2: 68,5 x 50,5 x 19,0

Caixa 3: 72,5 x 54,5 x 23,0

Caixa 4: 73,0 x 55,0 x 23,5

Caixa 5: 73,5 x 55,5 x 24,0

O modelo de caixa de papelão que atende exatamente as medidas das dimensões específicas é a

A) caixa 1.

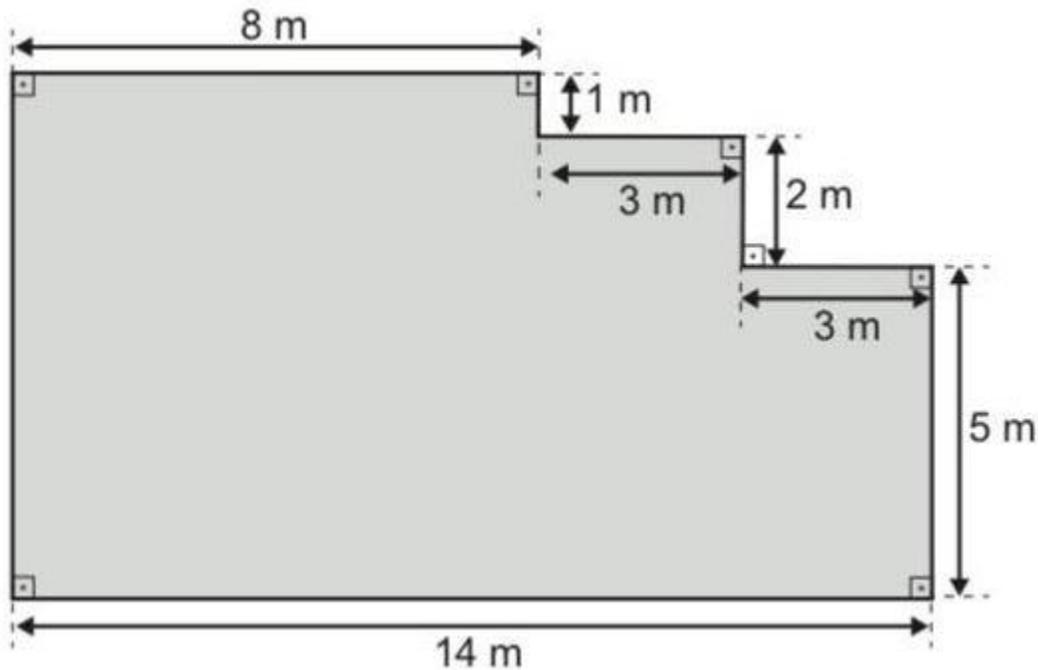
B) caixa 2.

C) caixa 3.

D) caixa 4.

E) caixa 5.

15)(ENEM) Um mestre de obras deseja fazer uma laje com espessura de 5 cm utilizando concreto usinado, conforme as dimensões do projeto dadas na figura. O concreto para fazer a laje será fornecido por uma usina que utiliza caminhões com capacidades máximas de 2 m³, 5 m³ e 10 m³ de concreto.

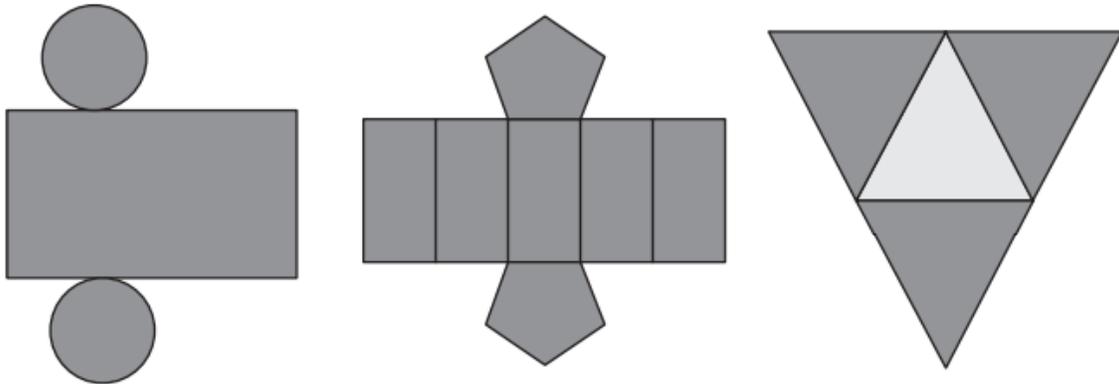


Qual a menor quantidade de caminhões, utilizando suas capacidades máximas, que o mestre de obras deverá pedir à usina de concreto para fazer a laje?

- A) Dez caminhões com capacidade máxima de 10 m^3 .
- B) Cinco caminhões com capacidade máxima de 10 m^3 .
- C) Um caminhão com capacidade máxima de 5 m^3 .
- D) Dez caminhões com capacidade máxima de 2 m^3 .
- E) Um caminhão com capacidade máxima de 2 m^3 .

16)

17)(ENEM) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

- A) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- B) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- C) Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
- D) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- E) Cilindro, prisma e tronco de cone.

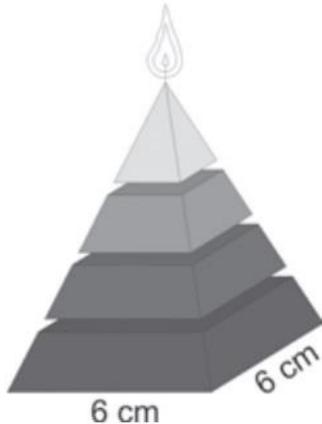
18)(ENEM) Uma das Sete Maravilhas do Mundo Moderno é o Templo de Kukulcán, localizado na cidade de Chichén Itzá, no México. Geometricamente, esse templo pode ser representado por um tronco reto de pirâmide de base quadrada.

As quantidades de cada tipo de figura plana que formam esse tronco de pirâmide são

- A) 2 quadrados e 4 retângulos.
- B) 1 retângulo e 4 triângulos isósceles.
- C) 2 quadrados e 4 trapézios isósceles.
- D) 1 quadrado, 3 retângulos e 2 trapézios retângulos.
- E) 2 retângulos, 2 quadrados e 2 trapézios retângulos.

19)(ENEM) Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura – 3 troncos de pirâmide de

bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior –, espaçados 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura.



Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

- A) 156 cm^3 .
- B) 189 cm^3 .
- C) 192 cm^3 .
- D) 216 cm^3 .
- E) 540 cm^3 .

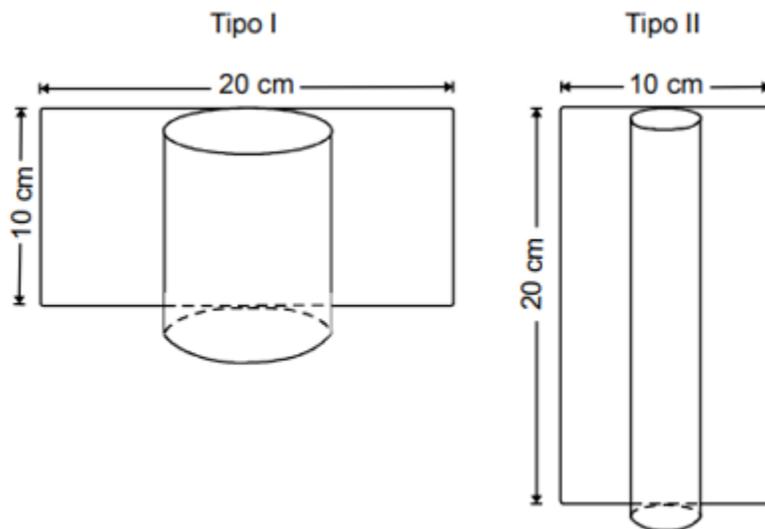
20)21)22)(ENEM) Um artesão fabrica vários tipos de potes cilíndricos. Mostrou a um cliente um pote de raio de base **a** e altura **b**. Esse cliente, por sua vez, quer comprar um pote com o dobro do volume do pote apresentado. O artesão diz que possui potes com as seguintes dimensões:

- Pote I: raio **a** e altura $2b$
- Pote II: raio $2a$ e altura **b**
- Pote III: raio $2a$ e altura $2b$
- Pote IV: raio $4a$ e altura **b**
- Pote V: raio $4a$ e altura $2b$

O pote que satisfaz a condição imposta pelo cliente é o

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

23)(ENEM) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 cm x 10 cm (conforme ilustram as figuras a seguir). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.



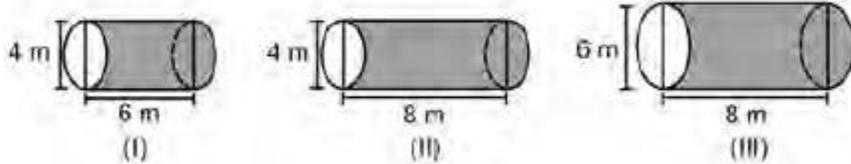
Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será

- A) o triplo.
- B) o dobro.
- C) igual.
- D) a metade.
- E) a terça parte.

24)(ENEM) Uma empresa vende tanques de combustíveis de formato cilíndrico, em três tamanhos, com medidas indicadas nas figuras. O preço do tanque é diretamente proporcional à medida da área da superfície lateral do tanque. O dono de um posto de combustível deseja encomendar um tanque com menor custo por metro cúbico de capacidade de armazenamento. Qual dos tanques deverá ser escolhido pelo dono do posto?

Considere: $\pi \cong 3$.

A) I, relação área/capacidade de armazenamento de 13.



B) I, relação área/capacidade de armazenamento de 43.

C) II, relação área/capacidade de armazenamento de 34.

D) III, relação área/capacidade de armazenamento de 23.

E) III, relação área/capacidade de armazenamento de 712.

25)(ENEM) Nas empresas em geral, são utilizados dois tipos de copos plásticos descartáveis, ambos com a forma de troncos de cones circulares retos:

- copos pequenos, para a ingestão de café: raios das bases iguais a 2,4 cm e 1,8 cm e altura igual a 3,6 cm;
- copos grandes, para a ingestão de água: raios das bases iguais a 3,6 cm e 2,4 cm e altura igual a 8,0 cm.

Uma dessas empresas resolve substituir os dois modelos de copos descartáveis, fornecendo para cada um de seus funcionários canecas com a forma de um cilindro circular reto de altura igual a 6 cm e raio da base de comprimento igual a y centímetros. Tais canecas serão usadas tanto para beber café como para beber água.

Sabe-se que o volume de um tronco de cone circular reto, cujos raios das bases são respectivamente iguais a R e r e a altura é h , é dado pela expressão:

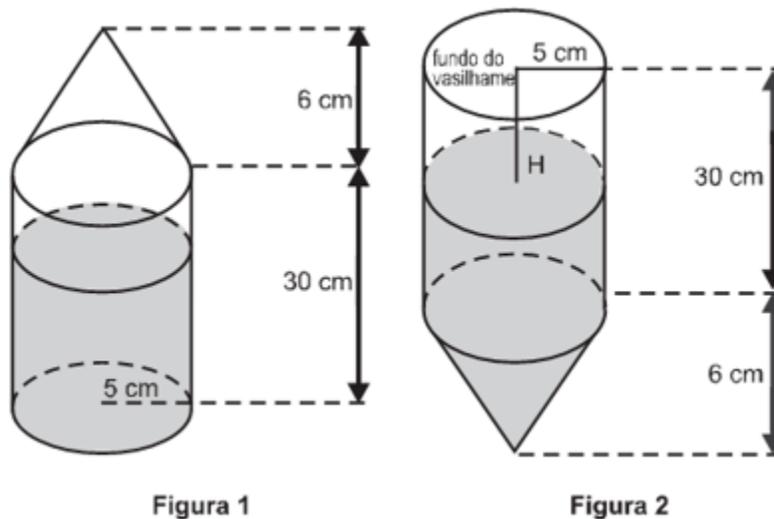
$$V_{\text{tronco de cone}} = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$$

O raio y da base dessas canecas deve ser tal que y^2 seja, no mínimo, igual a:

- A) 2,664 cm.
 B) 7,412 cm.
 C) 12,160 cm.
 D) 14,824 cm.

E) 19,840 cm.

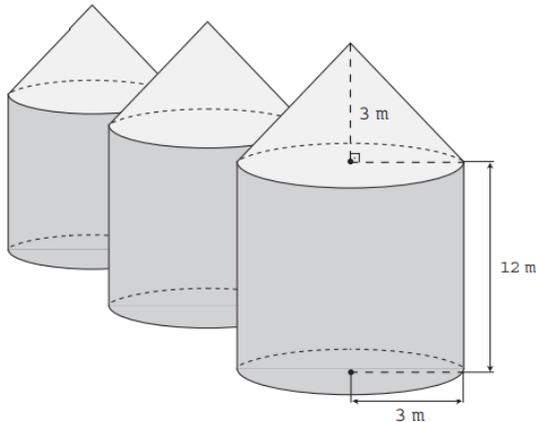
26)27)(ENEM) Um vasilhame na forma de um cilindro circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 30 cm está parcialmente ocupado por 625π cm³ de álcool. Suponha que sobre o vasilhame seja fixado um funil na forma de um cone circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 6 cm, conforme ilustra a figura 1. O conjunto, como mostra a figura 2, é virado para baixo, sendo **H** a distância da superfície do álcool até o fundo do vasilhame.



Considerando-se essas informações, qual é o valor da distância **H**?

- A) 5 cm.
- B) 7 cm.
- C) 8 cm.
- D) 12 cm.
- E) 18 cm.

28)(ENEM) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio



e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3 . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.

Utilize 3 como aproximação para π .

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:

- A) 6
- B) 16
- C) 17
- D) 18
- E) 21

29)(ENEM) Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro, com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10 mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado. Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo-se o raio para 4 mm e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas. Use 3 como valor aproximado para π . A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a:

- A) 168
- B) 304
- C) 306

- D) 378
- E) 514

30)(ENEM) Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato as porções de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda. Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

- A) 2
- B) 3
- C) 6
- D) 12
- E) 24

Gabarito

1-C

2-B

3-

4-E

5-B

6-C

7-E

8-E

9-C

10-E

11-A

12-E

13-C

14-E

15-C

16-A

17-A

18-C

19-C

20-B

21-D

22-A

23-B

24-D

25-C

26-B

27-B

28-D

29-E

30-E