Regressão Júlia

Semana 9

Combinatória e probabilidade

ENEM

Noções Básicas de Probabilidade

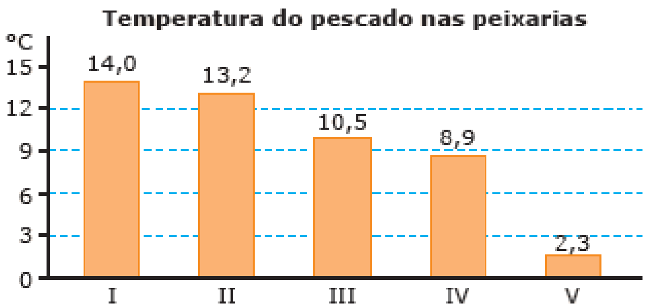
Probabilidade é o estudo matemático que avalia a chance de um evento ocorrer. Utiliza-se quando há incerteza nos resultados de um experimento.

• Evento: é o resultado ou conjunto de resultados de um experimento.

• Espaço amostral (Ω): é o conjunto de todos os resultados possíveis.

Fórmula da probabilidade de um evento A:
P(A) = n(A) / n(Ω)
Onde:
- n(A): número de casos favoráveis
- n(Ω): número total de casos possíveis

Exemplo 1
(ENEM)



Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias. O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperaturas entre 2 °C e 4 °C. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a:

A) 1/2
B) 1/3
C) 1/4
D) 1/5
E) 1/6

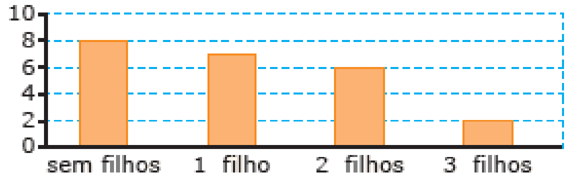
Solução

Das 5 peixarias, apenas uma peixaria vende nas condições ideais (V). Ou seja,

$P = \frac{1}{5}$

Exemplo 2

(ENEM) As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico a seguir:



Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é:

A) *1/3*
B) *1/4*
C) *7/15*
D) *7/23*
E) *7/25*

Solução

De acordo com o tabela, o total de filhos é 8·0+7·1+6·2+2·3=25
A probabilidade de ser escolhido um filho único é dada por

$$P = \frac{Quantidade\ de\ filhos\ únicos}{quantidade\ total\ de\ crianças} = \frac{7}{25}$$

Probabilidade Condicional

É a probabilidade de um evento ocorrer dado que outro evento já ocorreu.

Fórmula: P(A|B) = P(A ∩ B) / P(B)

Exemplo 1

Uma aluna estuda numa turma de 40 alunos. Em um dia, essa turma foi dividida em três salas, A, B e C, de acordo com a capacidade das salas. Na sala A ficaram 10 alunos, na B, outros 12 alunos e na C, 18 alunos. Será feito um sorteio no qual, primeiro, será sorteada uma sala e, posteriormente, será sorteado um aluno dessa sala.

Qual é a probabilidade de aquela aluna específica ser sorteada, sabendo que ela está na sala C?

A) *1/3*
B) *1/18*
C) *1/40*
D) *1/54*
E) *7/18*

Solução

A probabilidade da aluna ser sorteada, sabendo que está na sala C = 1/3 . 1/18 = 1/54

Exemplo 2

(ENEM) O gerente de uma empresa sabe que 70% de seus funcionários são do sexo masculino e foi informado de que a porcentagem de empregados fumantes nessa empresa é de 5% dos homens e de 5% das mulheres. Selecionando, ao acaso, a ficha de cadastro de um dos funcionários, verificou tratar-se de um fumante.

Qual a probabilidade de esse funcionário ser do sexo feminino?

A) 50,0%

B) 30,0%

C) 16,7%

D) 5,0%

E) 1,5%

Solução

Eu sei que a probabilidade é calculada pela razão entre os casos favoráveis e casos totais

P = F/T

Onde os casos totais são todos os fumantes e os favoráveis são os fumantes do sexo feminino

Sendo assim

Sabemos que o total de homens fumantes é

5% de 70%, ou seja

0,7.0,05 = 0,035

Enquanto o total de fumantes mulheres é

5% de 30%, ou seja

0,3.0,05 = 0,015

Somando essas porcentagens temos T

T = 0,035 + 0,015 = 0,05

Enquanto F = 0,015, então a probabilidade é

0,015/0,05 = 1,5/5 = 0,3 = 30%

Alternativa B

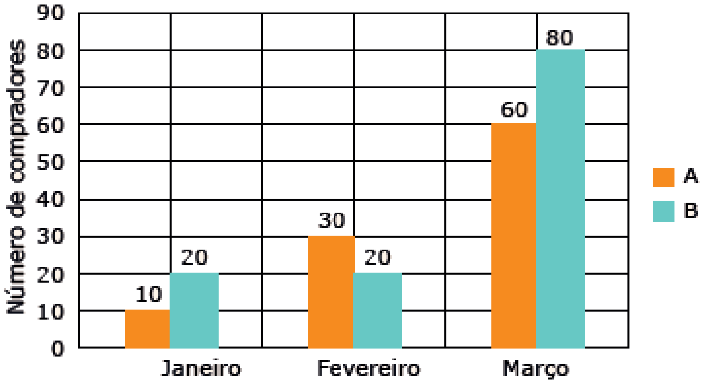
Eventos Independentes

Dois eventos A e B são independentes quando a ocorrência de um não interfere na ocorrência do outro.

Se A e B são independentes: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Exemplo 1

(ENEM) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, **A** e **B**, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto **A** e outro brinde entre os compradores do produto **B**.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

A) 1/20

B) *3/242*

C) *5/22*

D) *6/25*

E) *7/15*

Solução

Produto A

Número de compradores total = 10+30+60 = 100

Probabilidade de ser sorteado um comprador de fevereiro:

P_1 =30/100

Produto B

Número de compradores total = 20+20+80 = 120

Probabilidade de ser sorteado um comprador de fevereiro:

P2 =20/120

A probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012 é

$P_1 . P_2 = (30/100) . (20/120) = 600/12000 = 1/20$

Exemplo 2

(ENEM) Em um determinado semáforo, as luzes completam um ciclo de verde, amarelo e vermelho em 1 minuto e 40 segundos. Desse tempo, 25 segundos são para a luz verde, 5 segundos, para a amarela e 70 segundos, para a vermelha. Ao se aproximar do semáforo, um veículo tem uma determinada probabilidade de encontrá-lo na luz verde, amarela ou vermelha. Se essa aproximação for de forma aleatória, pode-se admitir que a probabilidade de encontrá-lo com uma dessas cores é diretamente proporcional ao tempo em que cada uma delas fica acesa. Suponha que um motorista passa por um semáforo duas vezes ao dia, de maneira aleatória e independente uma da outra. Qual é a probabilidade de o motorista encontrar esse semáforo com a luz verde acesa nas duas vezes em que passar?

A) *1/25*
B) *1/16*
C) *1/9*
D) *1/3*
E) *1/2*

Solução

De acordo com o enunciado a probabilidade de que o semáforo apresente luzes de determinadas cores é proporcional ao tempo em que elas se apresentam.

Como 1min40seg = 100 seg então, temos para um ciclo as seguintes relações de probabilidade:
LUZ VERDE = P(VD) = 25/100 = 25%
LUZ AMARELA = P(A) = 5/100 = 5%
LUZ VERMELHA = P(VM) 70/100 = 70%

Como trata-se da probabilidade de que um mesmo evento ocorra duas vezes, devemos elevar P(VD) à segunda potência: 25%·25% = 6,25% ou 1/16.

Análise Combinatória

É a área da matemática que estuda as possibilidades de agrupamentos ou disposições de elementos de um conjunto.

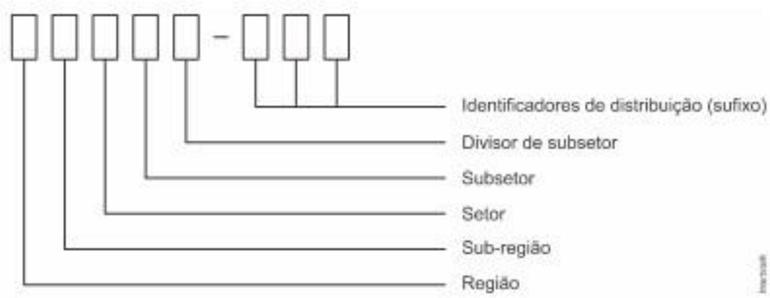
Princípio Aditivo e Multiplicativo

• Princípio Aditivo: se uma ação pode ser feita de m modos e outra de n modos (sem sobreposição), então há m + n modos de realizá-las.

• Princípio Multiplicativo: se uma ação pode ser feita de m modos e outra de n modos, então há m × n modos de realizá-las em sequência.

Exemplo 1

(ENEM) O Código de Endereçamento Postal (CEP) é um código numérico constituído por oito algarismos. Seu objetivo é orientar e acelerar o encaminhamento, o tratamento e a distribuição de objetos postados nos Correios. Ele está estruturado segundo o sistema métrico decimal, sendo que cada um dos algarismos que o compõe codifica região, sub-região, setor, subsetor, divisor de subsetor e identificadores de distribuição conforme apresenta a ilustração.



O Brasil encontra-se dividido em dez regiões postais para fins de codificação. Cada região foi dividida em dez sub-regiões. Cada uma dessas, por sua vez, foi dividida em dez setores. Cada setor, dividido em dez subsetores. Por fim, cada subsetor foi dividido em dez divisores de subsetor. Além disso, sabe-se que os três últimos algarismos após o hífen são denominados de sufixos e destinam-se à identificação individual de localidades, logradouros, códigos especiais e unidades dos Correios. A faixa de sufixos utilizada para codificação dos logradouros brasileiros inicia em 000 e termina em 899.

Disponível em: <www.correios.com.br>. Acesso em: 22 ago. 2017 (Adaptação).

Quantos CEPs podem ser formados para a codificação de logradouros no Brasil?

A) $5 . 0 + 9 . 10^2$
B) $10^5 + 9 . 10^2$
C) $2 . 9 . 10^7$

D) $9 \cdot 10^2$
E) $9 \cdot 10^7$

Solução

No enunciado temos que o Brasil encontra-se dividido em 10 regiões, em que cada região tem 10 sub-regiões, em que cada sub-região tem 10 setores e que cada setor tem 10 subsetores, em que cada subsetor é dividido em 10 divisor de sub setor. Dessa forma, temos 10^5

Já no sufixo temos 900 possibilidades, pois começa no dígito 000 e vai até o dígito 899.

Desenvolvendo:

10^5 $9 * 10^2$

$9 * 10^7$

Alternativa E

Exemplo 2

(ENEM) Eduardo deseja criar um e-mail utilizando um anagrama exclusivamente com as sete letras que compõem o seu nome, antes do símbolo @.

O e-mail terá a forma *******@site.com.br e será de tal modo que as três letras "edu" apareçam sempre juntas e exatamente nessa ordem.

Ele sabe que o e-mail eduardo@site.com.br já foi criado por outro usuário e que qualquer outro agrupamento das letras do seu nome forma um e-mail que ainda não foi cadastrado.

De quantas maneiras Eduardo pode criar um e-mail desejado?

A) 59

B) 60

C) 118

D) 119

E) 120

Solução
Nessa questão temos as letras que compõem o agrupamento EDU deve sempre juntas, mais as letras que terminam de completar o nome A R D O. Assim, temos:

EDU A R D O

Como são formados por cinco fatores deve-se permutar:

5!

5*4*3*2*1 = 120 maneiras.

Porém há um agrupamento que já foi usando (eduardo), assim, ao subtrair uma maneira que já foi criado, temos 120-1 = 119 maneiras

Alternativa D

Arranjos
São agrupamentos onde a ordem importa.
Fórmula: A(n, p) = n! / (n - p)!

Combinação
São agrupamentos onde a ordem NÃO importa.
Fórmula: C(n, p) = n! / [p! × (n - p)!]

Exemplo 1

(ENEM) Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando *videogame*. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?
A) 64
B) 56
C) 49

D) 36
E) 28

Solução

Para criar uma partida precisamos selecionar 2 jogadores entre 8 possíveis. Como a ordem de seleção dos jogadores não alteram a partida formada usaremos a combinação: C8,2 = 28.

Exemplo 2

Como prêmio pelo grande sucesso da Rede Omnia, os funcionários participarão de um sorteio em que os vencedores serão contemplados com uma viagem de férias em um cruzeiro pelo litoral do nordeste brasileiro com tudo pago. Sabendo que 2 funcionários serão sorteados, e que participarão do sorteio 15 colaboradores, quantos são os resultados possíveis para esse sorteio?

A) 52

B) 105

C) 170

D) 215

E) 310

Solução

O sorteio escolhe 2 funcionários entre 15, sem importar a ordem → combinação:

$$C(15, 2) = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$$

Resposta: 105

🔁 Permutação Simples

É o número de formas de ordenar n elementos distintos.
Fórmula: P(n) = n!

Exemplo 1

(UEMG 2019) Do conjunto de todas as permutações das letras da palavra PONTA, retira-se uma, ao acaso. Qual é a probabilidade de se retirar uma palavra que começa e termina com vogal?

Solução

Total de anagramas: 5!=120.
Casos favoráveis: começa e termina com vogal (O...A ou A...O).

→ 3!=6 para cada caso.
→ Total favorável = 12.

$$P = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

Permutação com Repetição

É usada quando há elementos repetidos em uma sequência.
Fórmula: P(n; a, b, ...) = n! / (a! × b! × ...)

Exemplo

(ENEM) Nos livros Harry Potter, um anagrama do nome do personagem "TOM MARVOLO RIDDLE" gerou a frase "I AM LORD VOLDEMORT".

Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase "I AM POTTER", de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por

A) 9!

B) 4! 5!

C) 2 × 4! 5!

D) $\frac{9!}{2}$

E) $\frac{4!5!}{2}$

Solução

Os anagramas de "I AM POTTER", em que as vogais e consoantes aparecem de forma intercaladas, são da forma:

CVCVCVC

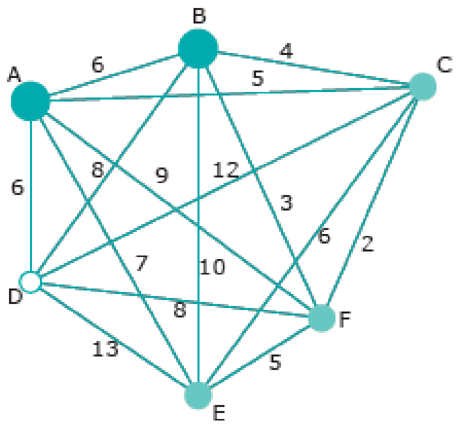
em que C representa a posição das consoantes e V a posição das vogais.

As consoantes são M, P, T, T, R, e daí podem ser organizadas de 5!2!, pois a letra T repete duas vezes. As vogais são I, A, O, E, e podem ser organizadas de 4! modos.

A resposta é $\frac{(5!\cdot 4!)}{2!}$

Exemplo 2

(ENEM) João mora na cidade **A** e precisa visitar cinco clientes, localizados em cidades diferentes da sua. Cada trajeto possível pode ser representado por uma sequência de 7 letras. Por exemplo, o trajeto ABCDEFA informa que ele sairá da cidade **A**, visitando as cidades **B**, **C**, **D**, **E** e **F** nesta ordem, voltando para a cidade **A**. Além disso, o número indicado entre as letras informa o custo do deslocamento entre as cidades. A figura mostra o custo de deslocamento entre cada uma das cidades.



Como João quer economizar, ele precisa determinar qual o trajeto de menor custo para visitar os cinco clientes. Examinando a figura, percebe que precisa considerar somente parte das sequências, pois os trajetos ABCDEFA e AFEDCBA têm o mesmo custo. Ele gasta 1 min 30 s para examinar uma sequência e descartar sua simétrica, conforme apresentado. O tempo mínimo necessário para João verificar todas as sequências possíveis no problema é de

A) 60 min.

B) 90 min.

C) 120 min.

D) 180 min.

E) 360 min.

Solução

Descartando as pontas, que devem ser os pontos A, as possibilidades de João efetuar as visitas são de:

P = 5!/2 = 160/2 = 60 possibilidades

Tempo gasto em cada sequência: 1 mim 30s = 90 segundos

90 seg ———— 1 sequência

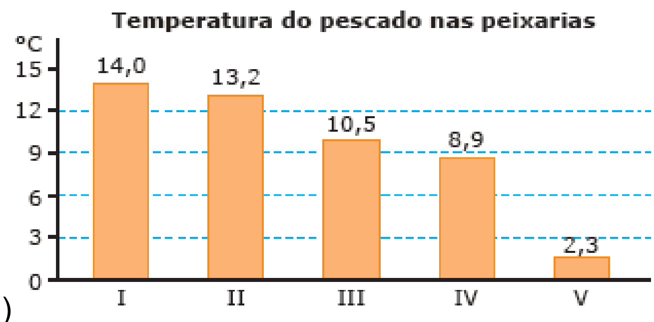
x seg———— 60 sequências

x =60 . 90

x = 5400 segundos = 90 minutos

Questões de vestibulares

1)(ENEM)

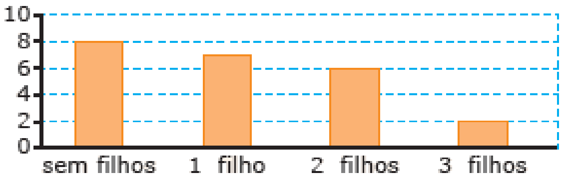


Associação Brasileira de Defesa do Consumidor (Adaptação).

Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias. O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperaturas entre 2 °C e 4 °C. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a:

A) 1/2
B) 1/3
C) 1/4
D) 1/5
E) 1/6

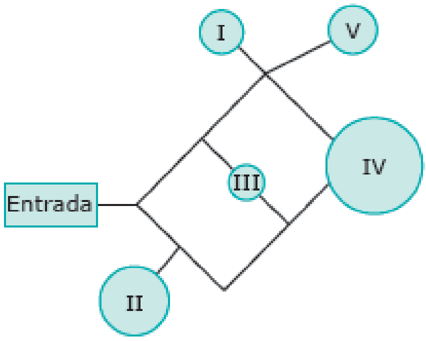
2)(ENEM) As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico a seguir:



Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é:

A) *1/3*
B) *1/4*
C) *7/15*
D) *7/23*
E) *7/25*

3)(ENEM) Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área IV, dentre as áreas I, II, III, IV e V existentes. O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área IV.



Suponha que relativamente a cada ramificação, as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da IV, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna. Nessas condições, a probabilidade de ele chegar a área IV sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a

A) *1/96*
B) *1/64*
C) *5/24*
D) *1/4*
E) *5/12*

4)(ENEM) O número de frutos de uma determinada espécie de planta se distribui de acordo com as probabilidades apresentadas no quadro.

A probabilidade de que, em tal planta, existam, pelo menos, dois frutos é igual a
A) 3%.
B) 7%.
C) 13%.
D) 16%.
E) 20%.

5)(ENEM) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, **A** e **B**, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:

A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto **A** e outro brinde entre os compradores do produto **B**.
Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?
A) 1/20

B) *3/242*
C) *5/22*
D) *6/25*
E) *7/15*

6)(ENEM) Em um determinado semáforo, as luzes completam um ciclo de verde, amarelo e vermelho em 1 minuto e 40 segundos. Desse tempo, 25 segundos são para a luz verde, 5 segundos, para a amarela e 70 segundos, para a vermelha. Ao se aproximar do semáforo, um veículo tem uma determinada probabilidade de encontrá-lo na luz verde, amarela ou vermelha. Se essa aproximação for de forma aleatória, pode-se admitir que a probabilidade de encontrá-lo com uma dessas cores é diretamente proporcional ao tempo em que cada uma delas fica acesa. Suponha que um motorista passa por um semáforo duas vezes ao dia, de maneira aleatória e independente uma da outra. Qual é a probabilidade de o motorista encontrar esse semáforo com a luz verde acesa nas duas vezes em que passar?
A) *1/25*
B) *1/16*
C) *1/9*
D) *1/3*
E) *1/2*

7)(ENEM) Um protocolo tem como objetivo firmar acordos e discussões internacionais para conjuntamente estabelecer metas de redução de emissão de gases de efeito estufa na atmosfera. O quadro mostra alguns dos países que assinaram o protocolo, organizados de acordo com o continente ao qual pertencem.

Em um dos acordos firmados, ao final do ano, dois dos países relacionados serão escolhidos aleatoriamente, um após o outro, para verificar se as metas de redução do protocolo estão sendo praticadas.
A probabilidade de o primeiro país escolhido pertencer à América do Norte e o segundo pertencer ao continente asiático é:
A) *1/9*
B) *1/4*
C) *3/10*
D) *2/3*
E) 1

8)(ENEM) Um apostador tem três opções para participar de certa modalidade de jogo, que consiste no sorteio aleatório de um número dentre dez.

1ª opção: comprar três números para um único sorteio.
2ª opção: comprar dois números para um sorteio e um número para um segundo sorteio.
3ª opção: comprar um número para cada sorteio, num total de três sorteios.
Escolhendo a 2ª opção, a probabilidade de o apostador não ganhar em qualquer dos sorteios é igual a
A) 90%.
B) 81%.
C) 72%.
D) 70%.
E) 65%.

9)(ENEM) Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região.

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

A) 0,075
B) 0,150
C) 0,325
D) 0,600
E) 0,800

10) Uma aluna estuda numa turma de 40 alunos. Em um dia, essa turma foi dividida em três salas, A, B e C, de acordo com a capacidade das salas. Na sala A ficaram 10 alunos, na B, outros 12 alunos e na C, 18 alunos. Será feito um sorteio no qual, primeiro, será sorteada uma sala e, posteriormente, será sorteado um aluno dessa sala.

Qual é a probabilidade de aquela aluna específica ser sorteada, sabendo que ela está na sala C?

A) *1/3*
B) *1/18*
C) *1/40*
D) *1/54*
E) *7/18*

11)(ENEM) No próximo final de semana, um grupo de alunos participará de uma aula de campo. Em dias chuvosos, aulas de campo não podem ser realizadas. A ideia é que essa aula seja no sábado, mas, se estiver chovendo no sábado, a aula será adiada para o domingo. Segundo a meteorologia, a probabilidade de chover no sábado é de 30% e a de chover no domingo é de 25%.

A probabilidade de que a aula de campo ocorra no domingo é de
A) 5,0%
B) 7,5%
C) 22,5%
D) 30,0%
E) 75,0%

12)(ENEM) Em um campeonato de futebol, a vitória vale 3 pontos, o empate 1 ponto e a derrota zero ponto. Ganha o campeonato o time que tiver maior número de pontos. Em caso de empate no total de pontos, os times são declarados vencedores.
Os times R e S são os únicos com chance de ganhar o campeonato, pois ambos possuem 68 pontos e estão muito à frente dos outros times. No entanto, R e S não se enfrentarão na rodada final.
Os especialistas em futebol arriscam as seguintes probabilidades para os jogos da última rodada:

• R tem 80% de chance de ganhar e 15% de empatar;
• S tem 40% de chance de ganhar e 20% de empatar.

Segundo as informações dos especialistas em futebol, qual é a probabilidade de o time R ser o único vencedor do campeonato?
A) 32%
B) 38%
C) 48%
D) 54%
E) 57%

13)(ENEM) Um experimento foi conduzido com o objetivo de avaliar o poder germinativo de duas culturas de cebola, conforme a tabela.

BUSSAB, W. O; MORETIN, L. G. Estatística para as ciências agrárias e biológicas (Adaptação).

Desejando-se fazer uma avaliação do poder germinativo de uma das culturas de cebola, uma amostra foi retirada ao acaso. Sabendo-se que a amostra escolhida germinou, a probabilidade de essa amostra pertencer à cultura A é de

A) *8/27*

B) *19/27*

C) *381/773*

D) *392/773*

E) *392/800*

14)(ENEM) O gerente de uma empresa sabe que 70% de seus funcionários são do sexo masculino e foi informado de que a porcentagem de empregados fumantes nessa empresa é de 5% dos homens e de 5% das mulheres. Selecionando, ao acaso, a ficha de cadastro de um dos funcionários, verificou tratar-se de um fumante.

Qual a probabilidade de esse funcionário ser do sexo feminino?

A) 50,0%

B) 30,0%

C) 16,7%

D) 5,0%

E) 1,5%

15)(ENEM) Em um determinado ano, os computadores da receita federal de um país identificaram como inconsistentes 20% das declarações de imposto de renda que lhe foram encaminhadas. Uma declaração é classificada como inconsistente quando apresenta algum tipo de erro ou conflito nas informações prestadas. Essas declarações consideradas inconsistentes foram analisadas pelos auditores, que constataram que 25% delas eram fraudulentas. Constatou-se ainda que, dentre as declarações que não apresentaram inconsistências, 6,25% eram fraudulentas.

Qual é a probabilidade de, nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta?

A) 0,0500

B) 0,1000

C) 0,1125

D) 0,3125

E) 0,5000

16)(ENEM) O Código de Endereçamento Postal (CEP) é um código numérico constituído por oito algarismos. Seu objetivo é orientar e acelerar o encaminhamento, o tratamento e a distribuição de objetos postados nos Correios. Ele está estruturado segundo o sistema métrico decimal, sendo que cada um dos algarismos que o compõe codifica região, sub-região, setor, subsetor, divisor de subsetor e identificadores de distribuição conforme apresenta a ilustração.

O Brasil encontra-se dividido em dez regiões postais para fins de codificação. Cada região foi dividida em dez sub-regiões. Cada uma dessas, por sua vez, foi dividida em dez setores. Cada setor, dividido em dez subsetores. Por fim, cada subsetor foi dividido em dez divisores de subsetor. Além disso, sabe-se que os três últimos algarismos após o hífen são denominados de sufixos e destinam-se à identificação individual de localidades, logradouros, códigos especiais e unidades dos Correios. A faixa de sufixos utilizada para codificação dos logradouros brasileiros inicia em 000 e termina em 899.

Disponível em: <www.correios.com.br>. Acesso em: 22 ago. 2017 (Adaptação).

Quantos CEPs podem ser formados para a codificação de logradouros no Brasil?

A) $5 . 0 + 9 . 10^2$
B) $10^5 + 9 . 10^2$
C) $2 . 9 . 10^7$
D) $9 . 10^2$
E) $9 . 10^7$

17)(ENEM) Eduardo deseja criar um e-mail utilizando um anagrama exclusivamente com as sete letras que compõem o seu nome, antes do símbolo @.

O e-mail terá a forma *******@site.com.br e será de tal modo que as três letras “edu” apareçam sempre juntas e exatamente nessa ordem.

Ele sabe que o e-mail eduardo@site.com.br já foi criado por outro usuário e que qualquer outro agrupamento das letras do seu nome forma um e-mail que ainda não foi cadastrado.

De quantas maneiras Eduardo pode criar um e-mail desejado?

A) 59

B) 60

C) 118

D) 119

E) 120

18)(ENEM) Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido.
De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?
A) $20 . 5! . (3!)^2$
B) 8! . 5! . 3!
C)

(8! . 5! . 3!)28*8! . 5! . 3!28*

D)
(8! . 5! . 3!)22*8! . 5! . 3!22*

E)
16!28*16!28*

19)(ENEM) Nos livros Harry Potter, um anagrama do nome do personagem "TOM MARVOLO RIDDLE" gerou a frase "I AM LORD VOLDEMORT".

Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase "I AM POTTER", de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por

A) 9!

B) 4! 5!

C) 2 × 4! 5!

D)

9!2*9!2*

E)

4!5!2*4!5!2*

21)(ENEM) Para cadastrar-se em um *site*, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.
Disponível em: . Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse *site* é dado por:

A) $10^2 . 26^2$
B) $10^2 . 52^2$
C) $10^2 . 5^2$.

4!2! *4!2!*

D) $10^2 . 26^2$.

4!2!2! *4!2!2!*

E) $10^2 . 52^2$.
4!2!2! *4!2!2!*

22)(ENEM) Os alunos de uma escola organizaram um torneio individual de pingue-pongue nos horários dos recreios, disputado por 16 participantes, segundo o esquema a seguir:

Foram estabelecidas as seguintes regras:
• Em todos os jogos, o perdedor será eliminado.
• Ninguém poderá jogar duas vezes no mesmo dia.
• Como há cinco mesas, serão realizados, no máximo, 5 jogos por dia.
Com base nesses dados, é **CORRETO** afirmar que o número mínimo de dias necessário para se chegar ao campeão do torneio é:
A) 8
B) 7
C) 6
D) 5
E) 4

23)(ENEM) Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando *videogame*. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?
A) 64
B) 56
C) 49
D) 36
E) 28

24)(ENEM) A bandeira de um estado é formada por cinco faixas, A, B, C, D e E, dispostas conforme a figura.

Deseja-se pintar cada faixa com uma das cores verde, azul ou amarelo, de tal forma que faixas adjacentes não sejam pintadas com a mesma cor.

O cálculo do número de possibilidades distintas de se pintar essa bandeira, com a exigência acima, é
A) 1 x 2 x 1 x 1 x 2.
B) 3 x 2 x 1 x 1 x 2.
C) 3 x 2 x 1 x 1 x 3.
D) 3 x 2 x 1 x 2 x 2.
E) 3 x 2 x 2 x 2 x 2.

25)(ENEM) As ruas de uma cidades estão representadas por linhas horizontais e verticais na ilustração. Para um motorista trafegando nessa cidade, a menor distância entre dois pontos não pode ser calculada usando o segmento ligando esses pontos, mas sim pela contagem do menor número de quadras horizontais e verticais necessárias para sair de um ponto e chegar ao outro. Por exemplo, a menor distância entre o ponto de táxi localizado no ponto O e o cruzamento das ruas no ponto A, ambos ilustrados na figura, é de 400 metros.

Um indivíduo solicita um táxi e informa ao taxista que está a 300 metros do ponto O, segundo a regra de deslocamentos citada, em uma determinada esquina. Entretanto, o motorista ouve apenas a informação da distância do cliente, pois a bateria de seu celular descarregou antes de ouvir a informação de qual era a esquina.

Quantas são as possíveis localizações desse cliente?
A) 4
B) 8
C) 12
D) 16
E) 20

26)(ENEM) Uma pessoa comprou um aparelho sem fio para transmitir músicas a partir do seu computador para o rádio de seu quarto. Esse aparelho possui quatro chaves seletoras e cada uma pode estar na posição 0 ou 1. Cada escolha das posições dessas chaves corresponde a uma frequência diferente de transmissão.

A quantidade de frequências diferentes que esse aparelho pode transmitir é determinada por

A) 6.

B) 8.

C) 12.

D) 16.

E) 24.

27)(ENEM) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares.

Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75 913 é:

A) 24

B) 31

C) 32

D) 88

E) 89

28)(ENEM) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o *site* de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo *site,* as poltronas ocupadas estão marcadas com **X** e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por:

A)

9!2!*9!2!*

B)

9!2!7!*9!2!7!*

C) 7!
D)
5!2!·4!*5!2!·4!*

E)
5!4!·4!3!*5!4!·4!3!*

29)(ENEM) Considere o seguinte jogo de apostas: Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Entre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela. O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Cinco apostadores, cada um com R$ 500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:
• Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
• Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
• Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
• Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
• Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.
Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são
A) Caio e Eduardo.
B) Arthur e Eduardo.
C) Bruno e Caio.
D) Arthur e Bruno.
E) Douglas e Eduardo.

30)(ENEM) Considere que um professor de Arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir:

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?

A) 6

B) 8

C) 20

D) 24

E) 36

Gabarito

1-D

2-E

3-C

4-A

5-A

6-B

7-C

8-C

9-C

10-D

11-C

12-D

13-D

14-B

15-E

16-E

17-D

18-B

19-E

20-E

21-E

22-D

23-E

24-B

25-C

26-D

27-E

28-A

29-A

30-D