

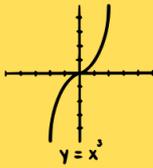
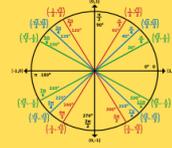
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Regressão  
Júlia

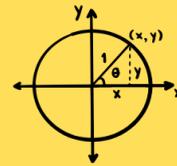
$$5 \begin{matrix} 1+2= \\ 4 \cdot 3= \end{matrix}$$



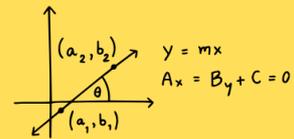
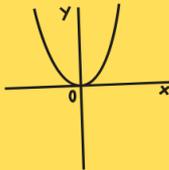
$$(a+b)^2$$



# Semana 11

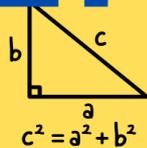


## Sequências , PA e PG



# ENEM

$$1 - 2 \times = \\ 3 + \% 4$$



$$c^2 = a^2 + b^2$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## Sequências, PA e PG

### Objetivos da Aula

- Compreender o conceito de sequência numérica.
- Identificar e classificar diferentes tipos de sequências.
- Trabalhar com progressões aritméticas (P.A.) e progressões geométricas (P.G.).
- Interpretar e construir sequências recursivas.
- Aplicar fórmulas do termo geral e da soma dos termos.

### 1. Sequências Numéricas

Uma sequência numérica é uma lista ordenada de números em que cada elemento ocupa uma posição específica.

Exemplos:

- Sequência dos pares: (2, 4, 6, 8, ...)
- Sequência dos ímpares: (1, 3, 5, 7, ...)
- Quadrados perfeitos: (1, 4, 9, 16, 25, ...)
- Fatoriais: (1, 1, 2, 6, 24, 120, ...)

Classificação:

- Constante: (5, 5, 5, 5, ...)
- Crescente: (3, 6, 9, 12, ...)
- Decrescente: (10, 8, 6, 4, ...)
- Alternada: (1, -1, 1, -1, ...)
- Oscilante: (1, 4, 2, 5, 3, ...)

### 2. Progressão Aritmética (P.A.)

É uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é obtido somando-se uma constante chamada razão ( $r$ ).

Fórmulas:

- Termo geral:  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$
- Soma dos  $n$  primeiros termos:  
 $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$  ou  $S_n = (2a_1 + (n - 1) \cdot r) \cdot n / 2$

Exemplo:

P.A.: 2, 5, 8, 11, 14...

$$a_1 = 2, r = 3$$

$$a_5 = 2 + (5 - 1) \cdot 3 = 14$$

$$S_5 = (2 + 14) \cdot 5 / 2 = 40$$

### 3. Progressão Geométrica (P.G.)

É uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando-se por uma constante chamada razão (q).

Fórmulas:

- Termo geral:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

- Soma dos n primeiros termos ( $q \neq 1$ ):  $S_n = a_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1)$

- Soma dos infinitos termos ( $|q| < 1$ ):  $S = a_1 / (1 - q)$

Exemplo:

P.G.: 3, 6, 12, 24, 48...

$$a_1 = 3, q = 2$$

$$a_5 = 3 \cdot 2^4 = 48$$

$$S_5 = 3 \cdot (2^5 - 1) / (2 - 1) = 93$$

### 4. Sequências Recursivas

Uma sequência recursiva é definida a partir de seus próprios termos anteriores.

Exemplos:

- Fibonacci:

$$F_1 = 1, F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...)

- Sequência dobrando:

$$a_1 = 2, a_n = 2 \cdot a_{n-1} \rightarrow (2, 4, 8, 16, 32, \dots)$$

- Subtração constante:

$$a_1 = 100, a_n = a_{n-1} - 7 \rightarrow (100, 93, 86, 79, \dots)$$

Transformando em fórmula explícita:

Exemplo:  $a_1 = 2, a_n = a_{n-1} + 3$

→ Fórmula:  $a_n = 2 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 1$

## Resumo com Fórmulas

- P.A.:  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$
- P.A. Soma:  $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$  ou  $S_n = (2a_1 + (n - 1) \cdot r) \cdot n / 2$
- P.G.:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
- P.G. Soma finita ( $q \neq 1$ ):  $S_n = a_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1)$
- P.G. Soma infinita ( $|q| < 1$ ):  $S = a_1 / (1 - q)$
- Fibonacci:  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  com  $F_1 = 1$  e  $F_2 = 1$

### Questões de vestibulares

1)(ENEM) Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação:

1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados.

O 2015º item cadastrado foi um(a)

- A. Rolamento.
- B. Catalisador.
- C. Amortecedor.
- D. Pastilha de freio.
- E. Caixa de direção

2)(ENEM) O trabalho em empresas de festas exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de

Natal. Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.



Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

Funcionário I: aproximadamente 200 estrelas.

Funcionário II: aproximadamente 6 000 estrelas.

Funcionário III: aproximadamente 12 000 estrelas.

Funcionário IV: aproximadamente 22 500 estrelas.

Funcionário V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessárias?

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V

3)(ENEM) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

- A) 38 000
- B) 40 500
- C) 41 000
- D) 42 000
- E) 48 000

4)(ENEM) As projeções para a produção de arroz no período de 2012–2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de:

- A) 497,25
- B) 500,85
- C) 502,87
- D) 558,75
- E) 563,25

5)(ENEM) Uma maneira muito útil de se criar belas figuras decorativas utilizando a matemática é pelo processo de autossimilaridade, uma forma de se criar fractais. Informalmente, dizemos que uma figura é autossimilar se partes dessa figura são semelhantes à figura vista como um todo. Um exemplo clássico é o Carpete de Sierpinski, criado por um processo recursivo, descrito a seguir:

- Passo 1: Considere um quadrado dividido em nove quadrados idênticos (Figura 1). Inicia-se o processo removendo o quadrado central, restando 8 quadrados pretos (Figura 2).
- Passo 2: Repete-se o processo com cada um dos quadrados restantes, ou seja, divide-se cada um deles em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um, restando apenas os quadrados pretos (Figura 3).
- Passo 3: Repete-se o passo 2.

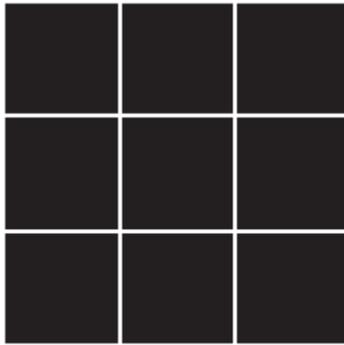


Figura 1

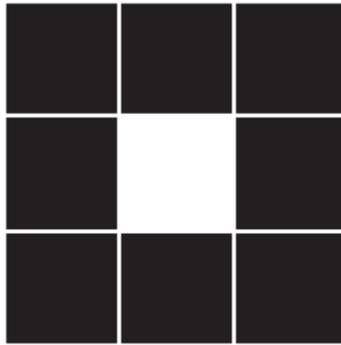


Figura 2

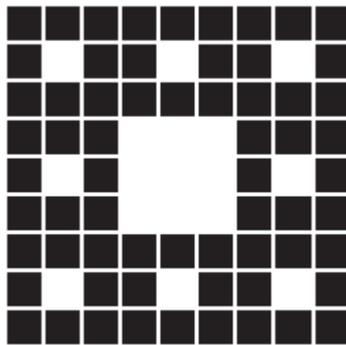


Figura 3

Admita que esse processo seja executado 3 vezes, ou seja, divide-se cada um dos quadrados pretos da Figura 3 em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um deles.

O número de quadrados pretos restantes nesse momento é

- A) 64.
- B) 512.
- C) 568.
- D) 576.
- E) 648.

6)(ENEM) Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7, e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10, e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra,

em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro.

Qual é o número de andares desse edifício?

- A) 40
- B) 60
- C) 100
- D) 115
- E) 120

7)(ENEM) Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem 2 cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem 7 cartas, e o que sobra forma o monte, que são cartas não utilizadas nas colunas.

A quantidade de cartas que forma o monte é:

- A) 21
- B) 24
- C) 26
- D) 28
- E) 31

8)(ENEM) Para comemorar o aniversário de uma cidade, a prefeitura organiza quatro dias consecutivos de atrações culturais. A experiência de anos anteriores mostra que, de um dia para o outro, o número de visitantes no evento é triplicado. É esperada a presença de 345 visitantes para o primeiro dia do evento.

Uma representação possível do número esperado de participantes para o último dia é:

- A)  $3 \cdot 345$
- B)  $(3 + 3 + 3) \cdot 345$
- C)  $3^3 \cdot 345$

D)  $3 \cdot 4 \cdot 345$

E)  $3^4 \cdot 345$

9)(ENEM) A figura ilustra uma sequência de formas geométricas formadas por palitos, segundo uma certa regra.



Continuando a sequência, segundo essa mesma regra, quantos palitos serão necessários para construir o décimo termo da sequência?

A) 30

B) 39

C) 40

D) 43

E) 57

10)(ENEM) Atualmente, a massa de uma mulher é 100 kg. Ela deseja diminuir, a cada mês, 3% da massa que possuía no mês anterior. Suponha que ela cumpra sua meta.

A sua massa, em quilograma, daqui a dois meses será

A) 91,00.

B) 94,00.

C) 94,09.

D) 94,33.

E) 96,91.

11)(ENEM) Ao elaborar um programa de condicionamento para um atleta, um preparador físico estipula que ele deve correr 1000 metros no primeiro dia e, nos dias seguintes, 200 metros a mais do que correu no dia anterior. O treinador deseja que, ao final dos dias de treinamento, o atleta tenha percorrido, em média, 1700 m por dia.

Esse atleta deve participar desse programa por

A) 9 dias.

B) 8 dias.

C) 5 dias.

D) 4 dias.

E) 2 dias.

12)(ENEM) Em uma determinada estrada existem dois telefones instalados no acostamento: um no quilômetro 30 e outro no quilômetro 480. Entre eles serão colocados mais 8 telefones, mantendo-se entre dois telefones consecutivos sempre a mesma distância.

Qual a sequência numérica que corresponde à quilometragem em que os novos telefones serão instalados?

- A) 30, 90, 150, 210, 270, 330, 390, 450
- B) 75, 120, 165, 210, 255, 300, 345, 390
- C) 78, 126, 174, 222, 270, 318, 366, 414
- D) 80, 130, 180, 230, 280, 330, 380, 430
- E) 81, 132, 183, 234, 285, 336, 387, 438

13)(ENEM) A cada dia que passa, um aluno resolve 2 exercícios a mais do que resolveu no dia anterior. Ele completou seu 11º dia de estudo e resolveu 22 exercícios. Seu objetivo é resolver, no total, pelo menos 272 exercícios.

Mantendo seu padrão de estudo, quantos dias ele ainda precisa para atingir sua meta?

- A) 5
- B) 6
- C) 9
- D) 16
- E) 20

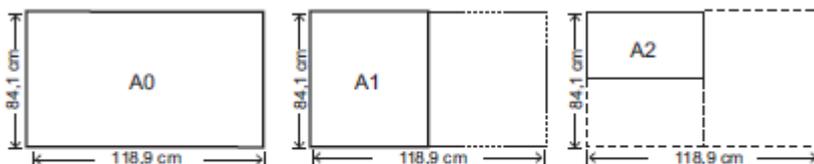
14)(ENEM) Uma fábrica de brinquedos educativos vende uma caixa com fichas pretas e fichas brancas para compor sequências de figuras seguindo padrões. Na caixa, a orientação para representar as primeiras figuras da sequência de barcos é acompanhada deste desenho:

			<p style="text-align: center;">           1            1 1            1 1 1            1 1 1 1         </p>
<p style="text-align: center;">1</p>	<p style="text-align: center;">1 1</p>	<p style="text-align: center;">1 1 1 1 1</p>	<p style="text-align: center;">1 1</p>
<p style="text-align: center;">1 1</p>	<p style="text-align: center;">1 1 1 1 1 1</p>	<p style="text-align: center;">1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1</p>	<p style="text-align: center;">1 1</p>
1ª figura	2ª figura	3ª figura	4ª figura

Qual é o total de fichas necessárias para formar a 15ª figura da sequência?

- A) 45
- B) 87
- C) 120
- D) 240
- E) 360

15)(ENEM) O padrão internacional ISSO 2016 define os tamanhos de papel utilizados em quase todos os países, com exceção dos EUA e Canadá. O formato-base é uma folha retangular de papel, chamada de A0, cujas dimensões são 84,1 cm x 118,9 cm. A partir de então, dobra-se a formatos, conforme o número de dobraduras. Observe a figura: A1 tem o formato da folha A0 dobrada ao meio uma vez, A2 tem o formato da folha A0 dobrada ao meio duas vezes, e assim sucessivamente.



Disponível em: <http://pt.wikipedia.org>.  
Acesso em: 4 abr. 2012 (adaptado).

Quantas folhas de tamanho A8 são obtidas a partir de uma folha A0.

- A) 8
- B) 16
- C) 64
- D) 128

E) 256

16)(ENEM) Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com  $2n$  competidores, então na 2ª fase restarão  $n$  competidores, e assim sucessivamente, até a partida final.

Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas.

Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por:

A)  $2 \cdot 128$

B)  $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$

C)  $128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$

D)  $128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$

E)  $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$

17)(ENEM) O slogan “Se beber não dirija”, muito utilizado em campanhas publicitárias no Brasil, chama a atenção para o grave problema da ingestão de bebida alcoólica por motoristas e suas consequências para o trânsito. A gravidade desse problema pode ser percebida observando como o assunto é tratado pelo Código de Trânsito Brasileiro. Em 2013, a quantidade máxima de álcool permitida no sangue do condutor de um veículo, que já era pequena, foi reduzida, e o valor da multa para motoristas alcoolizados foi aumentado. Em consequência dessas mudanças, observou-se queda no número de acidentes registrados em uma suposta rodovia nos anos que se seguiram às mudanças implantadas em 2013, conforme dados no quadro.

Ano	2013	2014	2015
Número total de acidentes	1 050	900	850

Suponha que a tendência de redução no número de acidentes nessa rodovia para os anos subsequentes seja igual à redução absoluta observada de 2014 para 2015.

Com base na situação apresentada, o número de acidentes esperados nessa rodovia em 2018 foi de

- A) 150.
- B) 450.
- C) 550.
- D) 700.
- E) 800.

18)( ENEM) Um atleta iniciou seu treinamento visando as competições de fim de ano. Seu treinamento consiste em cinco tipos diferentes de treinos: treino T1, treino T2, treino T3, treino T4, e treino T5. A sequência dos treinamentos deve seguir esta ordem:

Dia	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º
Treino	T <sub>1</sub>	R	R	T <sub>2</sub>	R	R	T <sub>3</sub>	R	T <sub>4</sub>	R	R	T <sub>5</sub>	R

A letra R significa repouso. Após completar a sequência de treinamentos, o atleta começa novamente a sequência a partir do treino T1, e segue a ordem descrita. Após 24 semanas completas de treinamento, se dará o início das competições. A sequência de treinamentos que o atleta realizará na 24ª semana de treinos é

- A) T3 R T4 R R T5 R.
- B) R T3 R T4 R R T5.
- C) R T4 R R T5 R T1.
- D) R R T5 R T1 R R.
- E) R T5 R T1 R R T2.

### Gabarito

- 1- E
- 2- C
- 3- D
- 4- D
- 5- B
- 6- D
- 7- B
- 8- A

**9- B**  
**10-C**  
**11-B**  
**12-D**  
**13-A**  
**14-E**  
**15-C**  
**16-E**  
**17-D**  
**18-B**