Semana 10

Trigonometria

ENEM

Trigonometria no Triângulo Retângulo

A trigonometria é a área da matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos de triângulos. No triângulo retângulo, usamos razões trigonométricas para relacionar seus elementos.

• Seno: sen(θ) = cateto oposto / hipotenusa

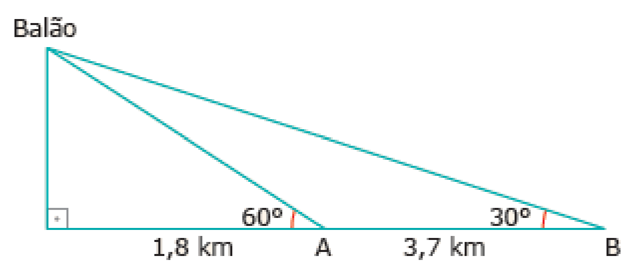
• Cosseno: cos(θ) = cateto adjacente / hipotenusa

• Tangente: tan(θ) = cateto oposto / cateto adjacente

Exemplo 1

(ENEM) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

Disponível em: <http://www.correiodobrasil.com.br>. Acesso em: 02 maio 2010



Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°. Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

A) 1,8 km.

B) 1,9 km.

C) 3,1 km.

D) 3,7 km.

E) 5,5 km.

Solução

Para encontrar a altura h que se encontrava o balão, fazemos:

tg 60° = h/18

√3 = h/18

h = √3 . 18

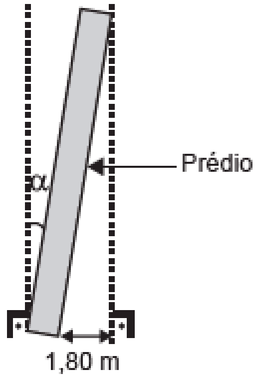
h ≅ 3,11

Exemplo 2

(ENEM) A famosa Torre de Pisa, localizada na Itália, assim como muitos outros prédios, por motivos adversos, sofrem inclinações durante ou após suas construções.

Um prédio, quando construído, dispunha-se verticalmente e tinha 60 metros de altura. Ele sofreu uma inclinação de um ângulo α e a projeção ortogonal de sua fachada lateral sobre o solo tem largura medindo 1,80 metro, conforme mostra a figura.

O valor do ângulo de inclinação pode ser determinado fazendo-se o uso de uma tabela como a apresentada.



Ângulo α (Grau)	Seno
0,0	0,0
1,0	0,017
1,5	0,026
1,8	0,031
2,0	0,034
3,0	0,052

Uma estimativa para o ângulo de inclinação α quando dado em grau, é tal que

A) *0≤α<1,0*
B) *1,0≤α<1,5*
C) *1,5≤α<1,8*
D) *1,8≤α<2,0*
E) *2,0≤α <3,0*

Solução

Como a tabela oferece os valores de Seno, basta calcular o seno do triângulo:

Sen = 1,8 / 60 = 0,03

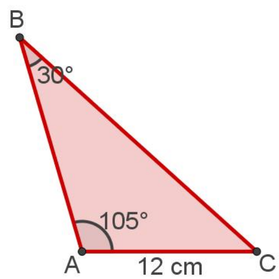
Ou seja, o valor do ângulo está entre 1,5 e 1,8

Lei dos Senos

Utilizada em triângulos quaisquer (não apenas retângulos). Fórmula:
a / sen(Â) = b / sen(ˆB) = c / sen(Ĉ)

Exemplo

(Mackenzie – SP) Três ilhas A, B e C aparecem num mapa em escala 1:10000, como na figura. Das alternativas, a que melhor se aproxima de distância entre as ilhas A e B é:



a) 2,3 km
b) 2,1 km
c) 1,9 km
d) 1,4 km
e) 1,7 km

Solução

Resposta: e) 1,7 km

Como $\angle A = 105^\circ$ e $\angle B = 30^\circ$, então:

$$\angle C = 45^\circ$$

Pelo Teorema do Seno no $\triangle ABC$:

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ}$$

$$AB = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \cdot AC$$

$$AB = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} \cdot 12 \text{ cm}$$

$$AB = \sqrt{2} \cdot 12 \approx 16{,}97 \text{ cm}$$

Escala: $1 : 10000$ → 1 cm no mapa = 100 m reais.

$$16{,}97 \text{ cm} \mapsto 16{,}97 \times 100 \text{ m} \approx 1697 \text{ m} \approx 1{,}7 \text{ km}$$

📏 **Lei dos Cossenos**

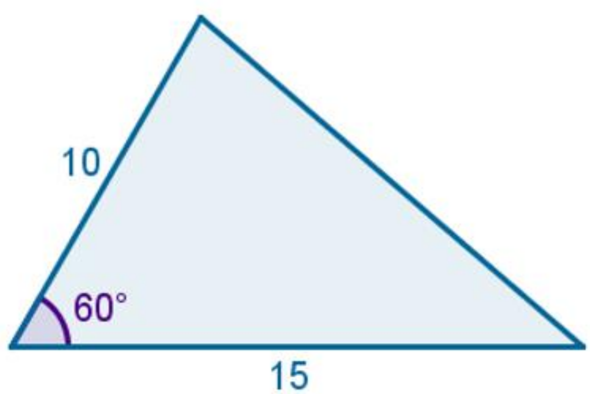
Também utilizada em triângulos quaisquer.

Fórmula:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos(\hat{A})$

Exemplo 2

(UF- Viçosa) Dois lados de um terreno de forma triangular medem 15 m e 10 m, formando um ângulo de 60°, conforme a figura abaixo:



O comprimento do muro necessário para cercar o terreno, em metros, é:

a) $5(5 + \sqrt{15})$

b) $5(5 + \sqrt{5})$

c) $5(5 + \sqrt{13})$

d) $5(5 + \sqrt{11})$

e) $5(5 + \sqrt{7})$

Solução

O comprimento do muro necessário para cercar o terreno é igual ao seu perímetro. Para esse cálculo, basta somar os comprimentos do lado do triângulo.

$$10 + 15 + x$$

O valor de x pode ser encontrado por meio da lei dos cossenos:

$$x^2 = 10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60°$$

$$x^2 = 100 + 225 - 2 \cdot 150 \cdot \cos 60°$$

$$x^2 = 325 - 300 \cdot 1/2$$

$$x^2 = 325 - 150$$

$$x^2 = 175$$

$$x = \sqrt{175}$$

$$x = \sqrt{[5 \cdot 35]}$$

$$x = \sqrt{[5 \cdot 5 \cdot 7]}$$

$$x = \sqrt{[5^2 \cdot 7]}$$

$$x = 5\sqrt{7}$$

Logo, a soma que representa o perímetro desse triângulo é:

$$10 + 15 + x$$

$$25 + 5\sqrt{7}$$

$$5 \cdot 5 + 5\sqrt{7}$$

$$5(5 + \sqrt{7})$$

Gabarito: Letra E.

📊 Função Trigonométrica: Gráficos e Aplicações

As funções seno, cosseno e tangente podem ser representadas graficamente. Elas são periódicas e usadas para modelar fenômenos que se repetem, como ondas sonoras, luz e vibrações.

• Fórmula geral da função seno: $f(x) = A \cdot sen(Bx + C) + D$
Onde:
- A = amplitude
- B = frequência
- C = deslocamento horizontal
- D = deslocamento vertical

• Valor máximo = A + D
• Valor mínimo = -A + D
• Período = 2π / B

Exemplo 1

(ENEM) Um satélite de telecomunicações, t minutos após ter atingido sua órbita, está a r quilômetros de distância do centro da Terra. Quando r assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o apogeu e o perigeu, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de r em função de t seja dado por:

$$r(t) = \frac{5\,865}{1 + 0{,}15 . \cos(0{,}06 . t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de r, no apogeu e no perigeu, representada por S. O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de:

A) 12 765 km.

B) 12 000 km.

C) 11 730 km.

D) 10 965 km.

E) 5 865 km.

Solução

1) rmáximo = 5 865/[1 + 0,15.(-1)] = 5 865/(1 – 0,15) = 6 900
2) rmínimo = 5 865/[1 + 0,15.(1)] = 5 865/(1 + 0,15) = 5 100

S = rmáximo + rmínimo = 6 900 + 5 100 = 12 000

Exemplo 2

(ENEM) Um cientista em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo P(t) = A + Bcos(kt) em que **A, B** e **K** são constantes reais positivas e **t** representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.

Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

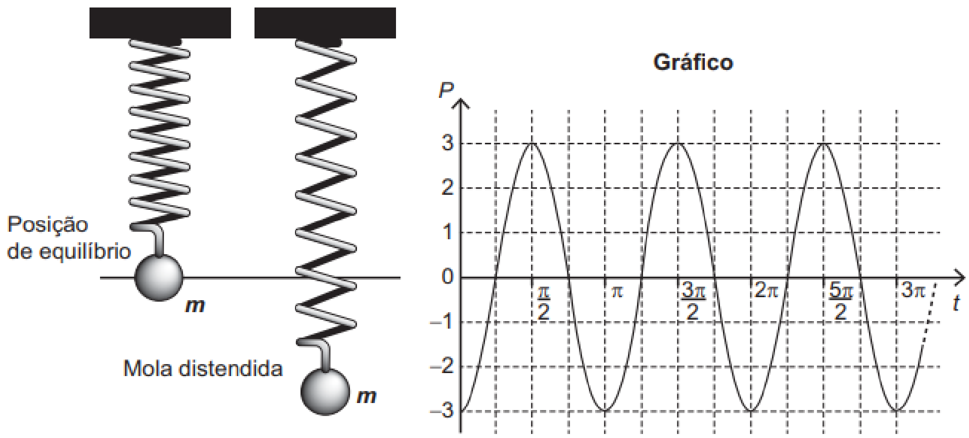
A função P(t) obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi
A) P(t) = 99 + 21cos(3πt)
B) P(t) = 78 + 42cos(3πt)
C) P(t) = 99 + 21cos(2πt)
D) P(t) = 99 + 21cos(t)
E) P(t) = 78 + 42cos(t)

Solução

Substituindo o cosseno de cada opção por 1 e -1, percebemos que as opções compatíveis com os valores de máximo e mínimos apresentados são letra a, c ou d. Como são 90 batimentos a cada 60 segundos temos, 2/3 de batimentos por segundo. Como o enunciado diz que o tempo entre dois valores máximos é o tempo de 1 batimento percebemos que o período deve ser igual a 2/3. Numa função trigonométrica p = 2 / |k|, por isso 2/3 = 2 / |k|, concluindo que c = 3.

Exemplo 3

(ENEM) Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição **P** (em cm) da massa **m** em função do tempo **t** (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo P(t) = ± A.cos (ωt) ou P(t) = ± A.sen (ωt), em que A > 0 é a amplitude de deslocamento máximo e ω é a frequência, que se relaciona com o período **T** pela fórmula ω = 2π/T. Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.



A expressão algébrica que representa as posições P(t) da massa **m**, ao longo do tempo, no gráfico, é:

A) –3cos (2t)
B) –3sen (2t)
C) 3cos (2t)
D) –6cos (2t)
E) 6sen (2t)

Solução

O período da função é $\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{2} = \pi$. Logo, metade de 2π. Isso implica em dizer que $\frac{2\pi}{T} = \pi$ -> T = 2.

O ponto (0, -3) pertence à função. Isso implica em dizer que, sendo a função do tipo cossenóide, temos que *Acos* (2 . 0) = -3 -> A . 1 = -3 -> A = -3.

Assim, a função é P(t) = -3cos (2t).

Exemplo 4

Dada a função f(x) = sen²(x) + 2cos(x), o valor numérico da função para x = π/4 é:

A) 0,5 + √2.

B) 1 + √2.

C) 4.

D) 4 – √2.

E) 0,5 + √3.

Solução

$$f(x) = \sin^2(x) + 2\cos(x)$$

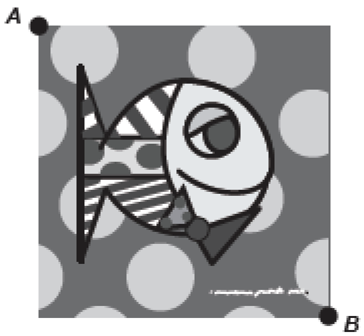
$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,5 + \sqrt{2}$$

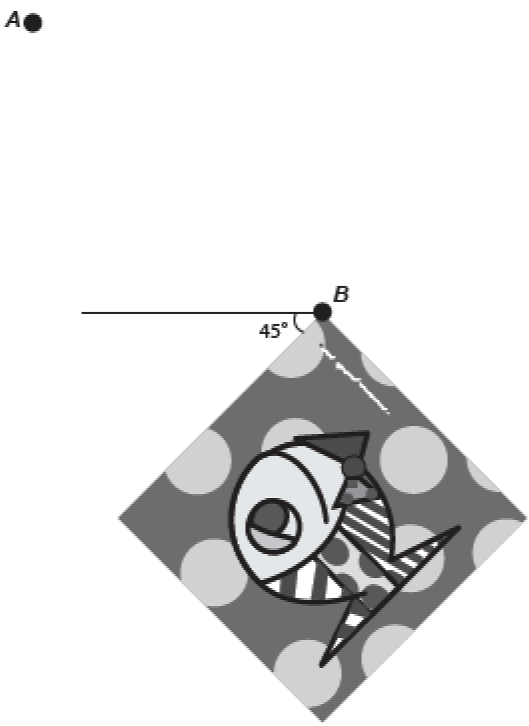
Ciclo Trigonométrico

O ciclo trigonométrico é uma circunferência de raio 1 usada para representar ângulos em radianos e suas razões trigonométricas.

Exemplo 1

(ENEM) A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada *O peixe*, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos **A** e **B**.
Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprendeu, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.





Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360°. A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de

A) 90° no sentido horário.
B) 135° no sentido horário.
C) 180° no sentido anti-horário.
D) 270° no sentido anti-horário.
E) 315° no sentido horário.

Solução

Observando a figura, para retornar a posição original, girando-a no sentido horário o ângulo será de: 45º +90º = 135º.

Medidas em Radianos

Um radiano é o ângulo formado no centro de uma circunferência quando o arco tem comprimento igual ao raio.
Conversão:
• 180° = π rad
• 1 rad ≈ 57,3°

Exemplo 1

Calcule o valor da expressão: $tg\left(\frac{4\pi}{3}\right)-tg\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

Solução

$$\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right)-\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$
$$\tan(240^\circ)-\tan(150^\circ)$$
$$\tan(180^\circ+60^\circ)-\tan(180^\circ-30^\circ)$$
$$\sqrt{3}-\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Exemplo 2

(Fesp) A expressão $\dfrac{5\cos 90^\circ-4\cos 180^\circ}{2\operatorname{sen} 270^\circ-2\operatorname{sen} 90^\circ}$ vale:

Solução

$$5\cos 90^\circ = 0$$

$$-4\cos 180^\circ = 4$$

$$\text{Numerador} = 0 + 4 = 4$$

$$2\backslash\text{sen}270^\circ = -2$$

$$-2\backslash\text{sen}90^\circ = -2$$

$$\text{Denominador} = -2 + (-2) = -4$$

$$4 \div (-4) = -1$$

Exemplo 3

Uma praça possui 40 m de raio, sabendo que Lucca percorre 10π/6 radianos. Qual a distância total percorrida por Lucca:

Solução

$$\text{Distância} = \text{raio} \times \text{ângulo em radianos}$$

$$\text{Distância} = 40 \times \frac{10\pi}{6}$$

$$\text{Distância} = 40 \times \frac{5\pi}{3}$$

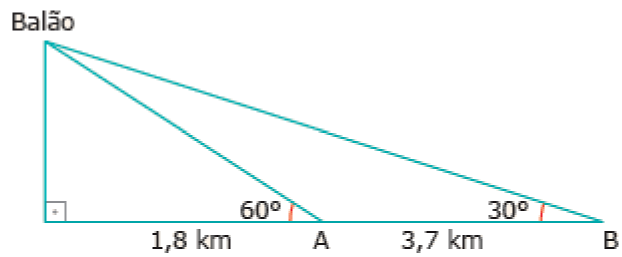
$$\text{Distância} = \frac{200\pi}{3}\ \text{m}$$

$$\text{Distância} \approx 209,44\ \text{m}$$

Qustões de vestibulares

1)(ENEM) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

Disponível em: <http://www.correiodobrasil.com.br>. Acesso em: 02 maio 2010.



Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°. Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

A) 1,8 km.

B) 1,9 km.

C) 3,1 km.

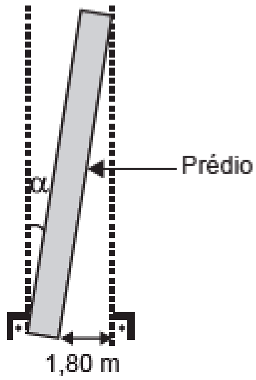
D) 3,7 km.

E) 5,5 km.

2)(ENEM) A famosa Torre de Pisa, localizada na Itália, assim como muitos outros prédios, por motivos adversos, sofrem inclinações durante ou após suas construções.

Um prédio, quando construído, dispunha-se verticalmente e tinha 60 metros de altura. Ele sofreu uma inclinação de um ângulo α e a projeção ortogonal de sua fachada lateral sobre o solo tem largura medindo 1,80 metro, conforme mostra a figura.

O valor do ângulo de inclinação pode ser determinado fazendo-se o uso de uma tabela como a apresentada.

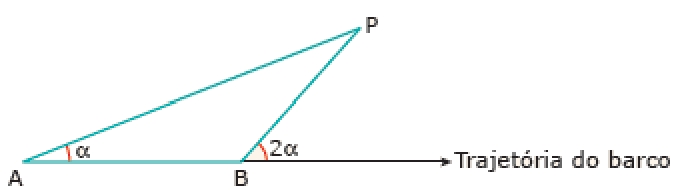


Ângulo α (Grau)	Seno
0,0	0,0
1,0	0,017
1,5	0,026
1,8	0,031
2,0	0,034
3,0	0,052

Uma estimativa para o ângulo de inclinação α quando dado em grau, é tal que

A) *0≤α <1,0*
B) *1,0≤α <1,5*
C) *1,5≤α <1,8*
D) *1,8≤α <2,0*
E) *2,0≤α <3,0*

3)(ENEM) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B, de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura a seguir ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo α = 30° e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB = 2 000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será:

A) 1 000 m.

B)

1 0003–√*1 0003*
m.

C)

20003–√3 *200033*
m.

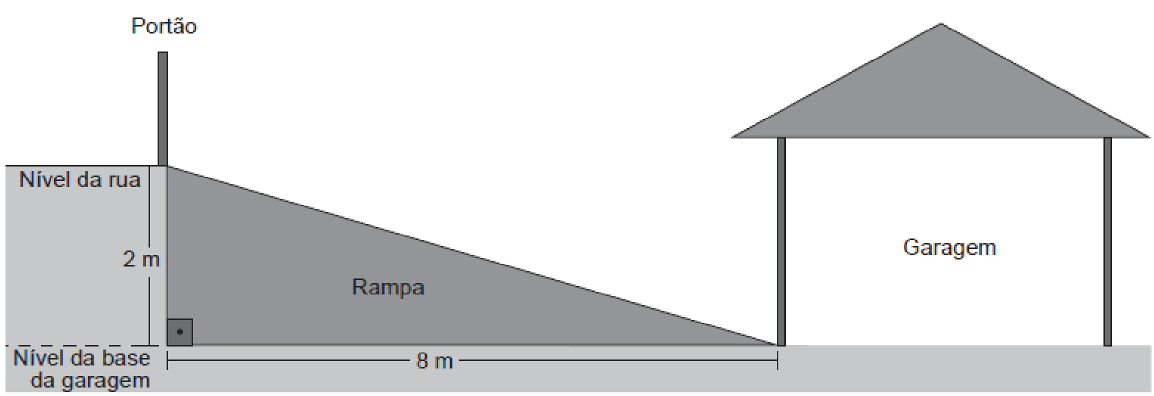
D) 2 000 m.

E)

20003–√*20003*
m.

4)(ENEM) A inclinação de uma rampa é calculada da seguinte maneira: para cada metro medido na horizontal, mede-se x centímetros na vertical. Diz-se, nesse caso, que a rampa tem inclinação de x%, como no exemplo da figura:

A figura apresenta um projeto de uma rampa de acesso a uma garagem residencial cuja base, situada 2 metros abaixo do nível da rua, tem 8 metros de comprimento.



Depois de projetada a rampa, o responsável pela obra foi informado de que as normas técnicas do município onde ela está localizada exigem que a inclinação máxima de uma rampa de acesso a uma garagem residencial seja de 20%.

Se a rampa projetada tiver inclinação superior a 20%, o nível da garagem deverá ser alterado para diminuir o percentual de inclinação, mantendo o comprimento da base da rampa.

Para atender às normas técnicas do município, o nível da garagem deverá ser

A) elevado em 40 cm.

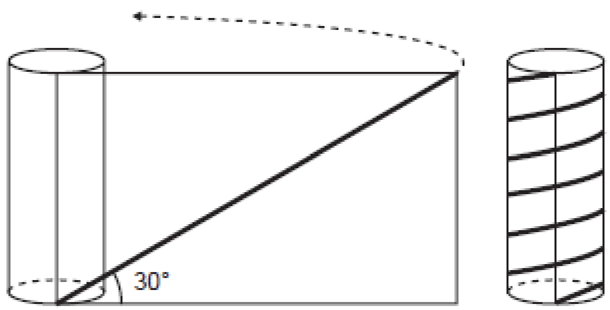
B) elevado em 50 cm.

C) mantido o mesmo nível.

D) rebaixado em 40 cm.

E) rebaixado em 50 cm.

5)(ENEM) Para decorar um cilindro circular reto será usada uma faixa retangular de papel transparente, na qual está desenhada em negrito uma diagonal que forma 30º com a borda inferior. O raio da base do cilindro mede *6π* cm, e ao enrolar a faixa obtém-se uma linha em formato de hélice, como na figura.



O valor da medida da altura do cilindro, em centímetro, é

A)

363–√*363*

B)

243–√*243*

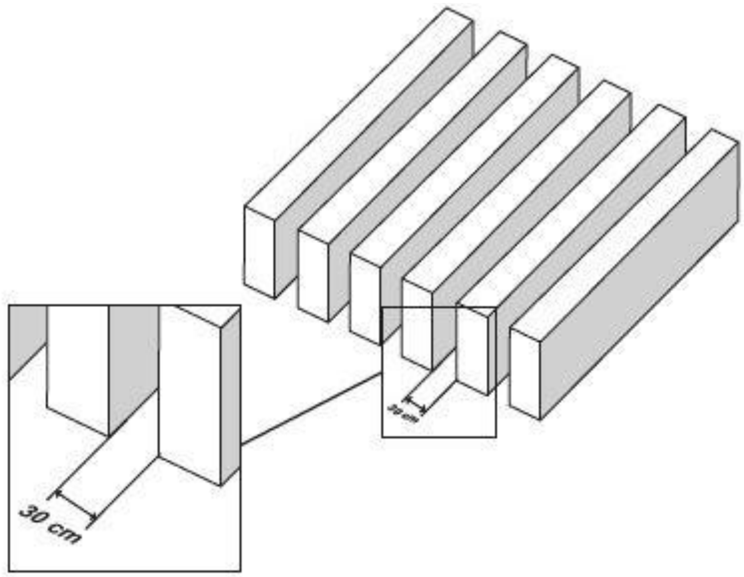
C)

43–√*43*

D) 36

E) 72

6)(ENEM) Pergolado é o nome que se dá a um tipo de cobertura projetada por arquitetos, comumente em praças e jardins, para criar um ambiente para pessoas ou plantas, no qual há uma quebra da quantidade de luz, dependendo da posição do Sol. É feito como um estrado de vigas iguais, postas paralelas e perfeitamente em fila, como ilustra a figura.



Um arquiteto projeta um pergolado com vãos de 30 cm de distância entre suas vigas, de modo que, no solstício de verão, a trajetória do Sol durante o dia seja realizada num plano perpendicular à direção das vigas, e que o Sol da tarde, no momento em que seus raios fizerem 30° com a posição a pino, gere a metade da luz que passa no pergolado ao meio-dia.

Para atender à proposta do projeto elaborado pelo arquiteto, as vigas do pergolado devem ser construídas de maneira que a altura, em centímetro, seja a mais próxima possível de

A) 9.

B) 15.

C) 26.

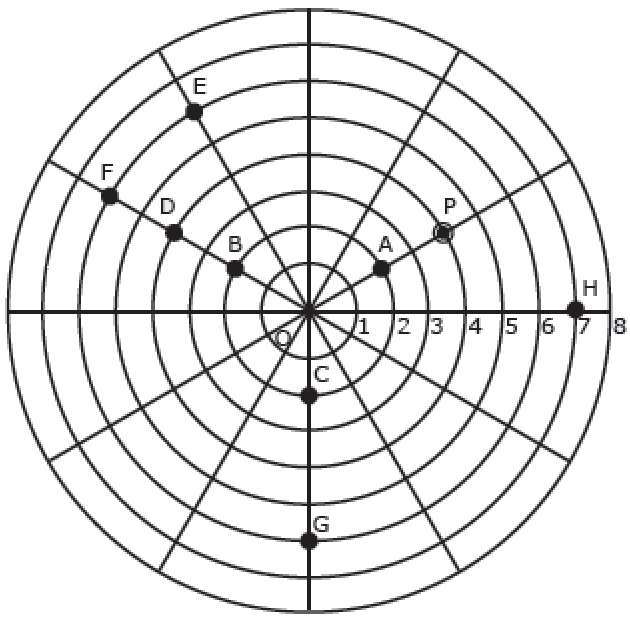
D) 52.

E) 60.

7)(ENEM) Nos X-Games Brasil, em maio de 2004, o esqueitista brasileiro Sandro Dias, apelidado “Mineirinho”, conseguiu realizar a manobra denominada “900”, na modalidade esqueite vertical, tornando-se o segundo atleta no mundo a conseguir esse feito. A denominação “900” refere-se ao número de graus que o atleta gira no ar em torno de seu próprio corpo, que, no caso, corresponde a:

A) uma volta completa.
B) uma volta e meia.
C) duas voltas completas.
D) duas voltas e meia.
E) cinco voltas completas.

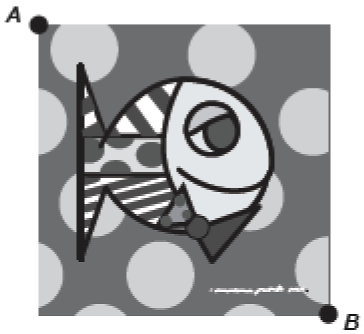
8)(ENEM) No jogo mostrado na figura, uma bolinha desloca-se somente de duas formas: ao longo de linhas retas ou por arcos de circunferências centradas no ponto **O** e raios variando de 1 a 8. Durante o jogo, a bolinha que estiver no ponto **P** deverá realizar a seguinte sequência de movimentos: 2 unidades no mesmo sentido utilizado para ir do ponto **O** até o ponto **A** e, no sentido anti-horário, um arco de circunferência cujo ângulo central é 120°.

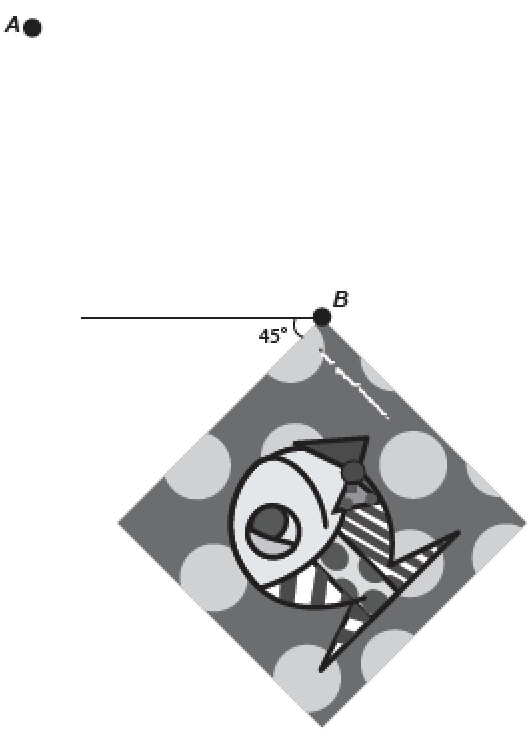


Após a sequência de movimentos descrita, a bolinha estará no ponto
A) B.
B) D.
C) E.
D) F.
E) G.

9)(ENEM) A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada *O peixe*, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos **A** e **B**.
Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprendeu, girando

rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.

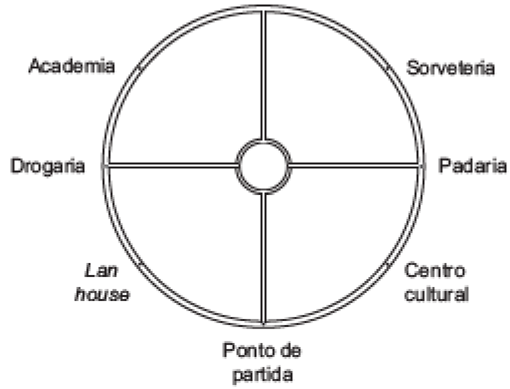




Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360°. A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de

A) 90° no sentido horário.
B) 135° no sentido horário.
C) 180° no sentido anti-horário.
D) 270° no sentido anti-horário.
E) 315° no sentido horário.

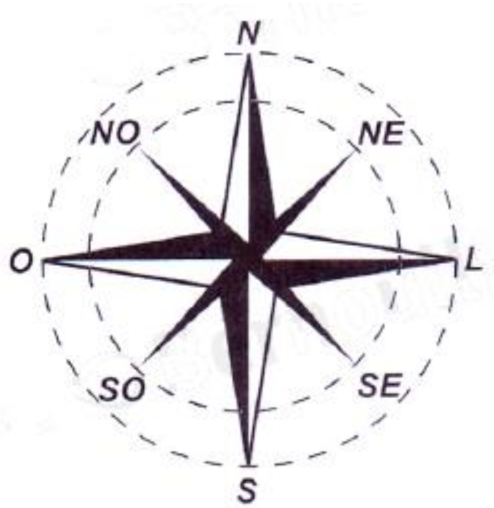
10)(ENEM) Camile gosta de caminhar em uma calçada em torno de uma praça circular que possui 500 metros de extensão, localizada perto de casa. A praça, bem como alguns locais ao seu redor e o ponto de onde inicia a caminhada, estão representados na figura:



Em uma tarde, Camile caminhou 4 125 metros, no sentido anti-horário, e parou. Qual dos locais indicados na figura é o mais próximo de sua parada?

A) Centro cultural.
B) Drogaria.
C) *Lan house*.
D) Ponto de partida.
E) Padaria.

11)(ENEM) A rosa dos ventos é uma figura que representa oito sentidos, que dividem o círculo em partes iguais.



Um câmara de vigilância está fixada no teto de um *shopping* e sua lente pode ser direcionada remotamente, através de um controlador, para qualquer sentido. A lente da câmara está apontada inicialmente no sentido Oeste e o seu controlador efetua três mudanças consecutivas, a saber:

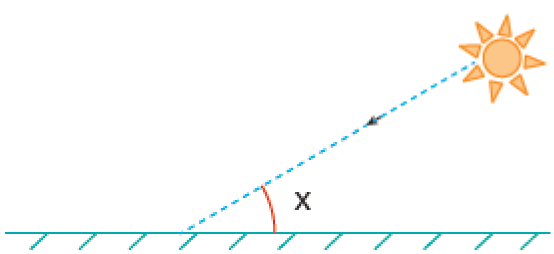
• 1ª mudança: 135° no sentido anti-horário;
• 2ª mudança: 60° no sentido horário;
• 3ª mudança: 45° no sentido anti-horário.

Após a 3ª mudança, ele é orientado a reposicionar a câmara, com a menor amplitude possível, no sentido Noroeste (NO) devido a um movimento suspeito de um cliente.

Qual mudança de sentido o controlador deve efetuar para reposicionar a câmara?

A) 75° no sentido horário.
B) 105° no sentido anti-horário.
C) 120° no sentido anti-horário.
D) 135° no sentido anti-horário.
E) 165° no sentido horário.

12)(ENEM) Raios de luz solar estão atingindo a superfície de um lago formando um ângulo **x** com a superfície, conforme indica a figura. Em determinadas condições, pode-se supor que a intensidade luminosa desses raios, na superfície do lago, seja dada aproximadamente por I(x) = k.sen(x), sendo **k** uma constante, e supondo-se que **x** está entre 0° e 90°.



Quando x = 30°, a intensidade luminosa se reduz a qual percentual de seu valor máximo?

A) 33%.
B) 50%.
C) 57%.
D) 70%.
E) 86%.

13)(ENEM) Um satélite de telecomunicações, t minutos após ter atingido sua órbita, está a r quilômetros de distância do centro da Terra. Quando r assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o apogeu e o perigeu, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de r em função de t seja dado por:

$$r(t) = \frac{5\,865}{1 + 0{,}15 . \cos(0{,}06 . t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de r, no apogeu e no perigeu, representada por S. O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de:

A) 12 765 km.

B) 12 000 km.

C) 11 730 km.

D) 10 965 km.

E) 5 865 km.

14)(ENEM) Um cientista em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo P(t) = A + Bcos(kt) em que **A, B** e **K** são constantes reais positivas e **t** representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.

Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função P(t) obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi
A) P(t) = 99 + 21cos(3πt)
B) P(t) = 78 + 42cos(3πt)
C) P(t) = 99 + 21cos(2πt)
D) P(t) = 99 + 21cos(t)
E) P(t) = 78 + 42cos(t)

15)(ENEM) A quantidade de certa espécie de crustáceos, medida em toneladas, presente num trecho de mangue, foi modelada pela equação

$$Q(t) = \frac{600}{6 + 4sen(wt)}$$

onde **t** representa o número de meses transcorridos após o início de estudo e **w** é uma constante.

O máximo e o mínimo de toneladas observados durante este estudo são, respectivamente,
A) 600 e 100.
B) 600 e 150.
C) 300 e 100.
D) 300 e 60.
E) 100 e 60.

16)(ENEM) Uma pessoa usa um programa de computador que descreve o desenho da onda sonora correspondente a um som escolhido. A equação da onda é dada, num sistema de coordenadas cartesianas, por $y = a \cdot \text{sen}[b(x + c)]$, em que os parâmetros *a, b, c* são positivos. O programa permite ao usuário provocar mudanças no som, ao fazer alterações nos valores desses parâmetros. A pessoa deseja tornar o som mais agudo e, para isso, deve diminuir o período da onda.

O(s) único(s) parâmetro(s) que necessita(m) ser alterado(s) é(são)
A) a.
B) b.
C) c.
D) a e b.
E) b e c.

E) b e c.

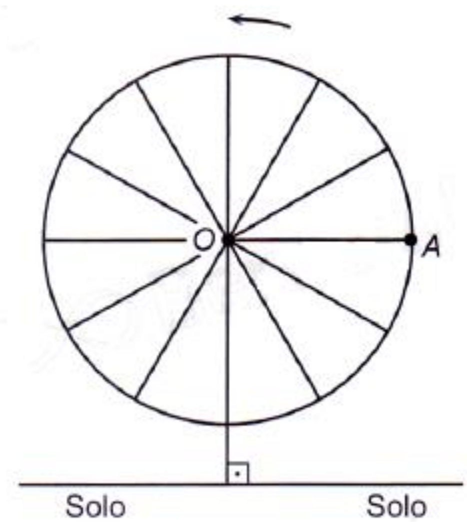
17)(ENEM) Um técnico precisa consertar o termostato do aparelho de ar-condicionado de um escritório, que está desregulado. A temperatura **T**, em graus Celsius, no escritório, varia de acordo com a função

T(h)= A + B sen ((π)12(h−12))*Th= A + B sen π12h−12*
, sendo **h** o tempo, medido em horas, a partir da meia-noite ($0 \leq h < 24$) e A e B os parâmetros que o técnico precisa regular. Os funcionários do escritório pediram que a temperatura máxima fosse 26°C, a mínima 18°C, e que durante a tarde a temperatura fosse menor do que durante a manhã.

Quais devem ser os valores de A e de B para que o pedido dos funcionários seja atendido?
A) A = 18 e B = 8
B) A = 22 e B = –4
C) A = 22 e B = 4

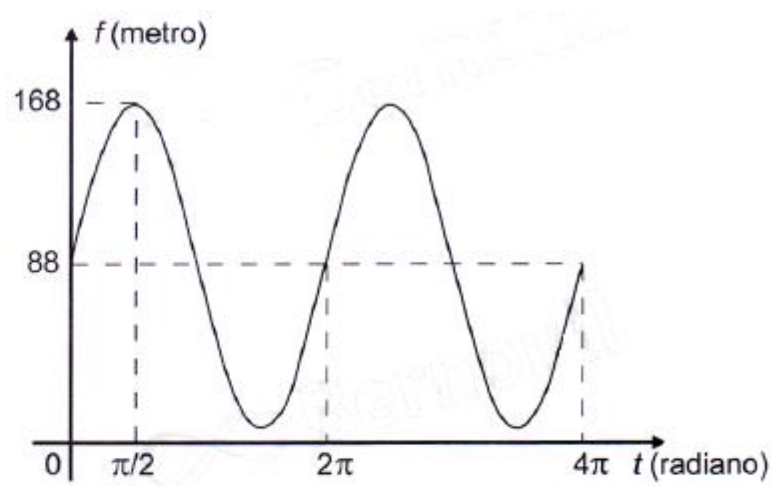
D) A = 26 e B = –8
E) A = 26 e B = 8

18)(ENEM) Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a High Roller, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto **A** representa uma de suas cadeiras:



A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a High Roller no sentido anti-horário, em torno do ponto **O**. Sejam **t** o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e **f** a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de **t**.

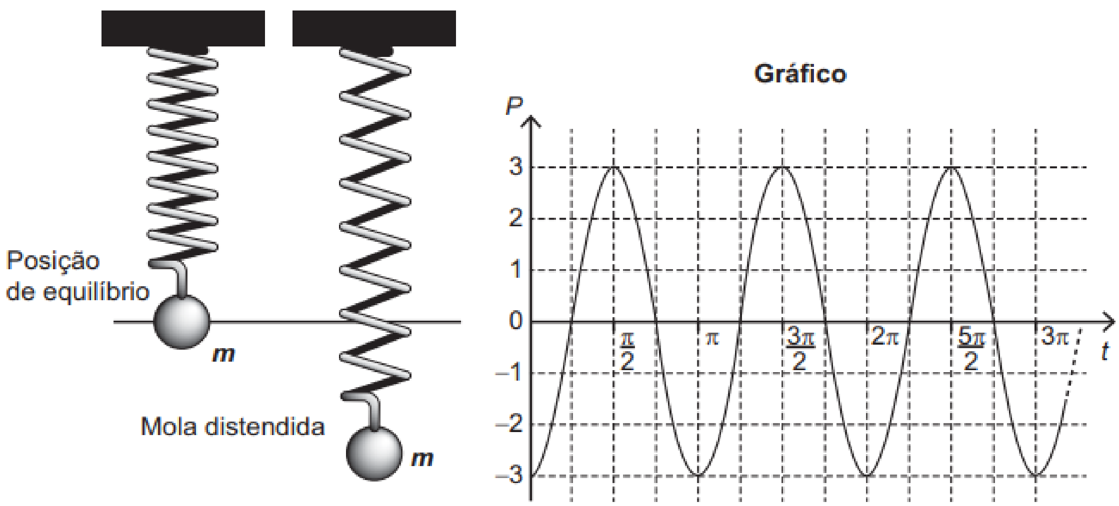
Após duas voltas completas, **f** tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por

A) f(t) = 80sen(t) + 88
B) f(t) = 80cos(t) + 88
C) f(t) = 88cos(t) + 168
D) f(t) = 168sen(t) + 88cos(t)
E) f(t) = 88sen(t) + 168cos(t)

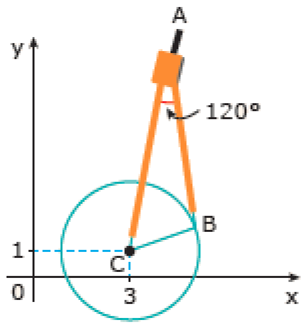
19)(ENEM) Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição **P** (em cm) da massa **m** em função do tempo **t** (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo P(t) = ± A.cos (ωt) ou P(t) = ± A.sen (ωt), em que A > 0 é a amplitude de deslocamento máximo e ω é a frequência, que se relaciona com o período **T** pela fórmula ω = 2π/T. Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.



A expressão algébrica que representa as posições P(t) da massa **m**, ao longo do tempo, no gráfico, é:

A) –3cos (2t)
B) –3sen (2t)
C) 3cos (2t)
D) –6cos (2t)
E) 6sen (2t)

20)(ENEM) Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas fosse de 120°. A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.



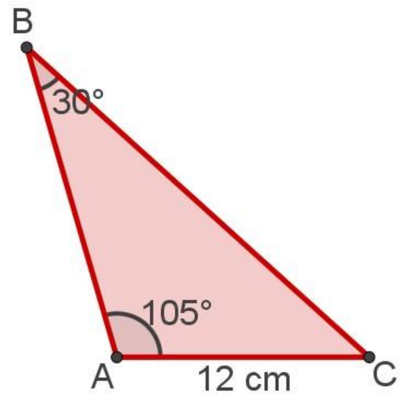
Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

Tipo de material	Intervalo de valores de raio
I	$0 < R \leq 5$
II	$5 < R \leq 10$
III	$10 < R \leq 15$
IV	$15 < R \leq 21$
V	$21 < R \leq 40$

Considere 1,7 como aproximação para raiz de *3* .
O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será

A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) V.

21) (Mackenzie – SP) Três ilhas A, B e C aparecem num mapa em escala 1:10000, como na figura. Das alternativas, a que melhor se aproxima de distância entre as ilhas A e B é:



a) 2,3 km

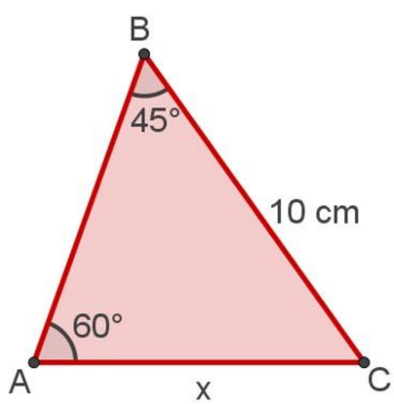
b) 2,1 km

c) 1,9 km

d) 1,4 km

e) 1,7 km

22) No triângulo a seguir, determine a medida do lado AC, tendo em vista as medidas presentes nele. (Use $\sqrt{2} = 1,4$ e $\sqrt{3} = 1,7$).



a) 8,2 cm

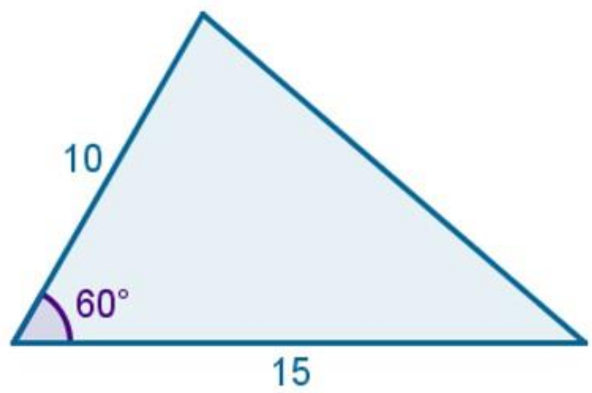
b) 12,2 cm

c) 14 cm

d) 17 cm

e) 17,2 cm

23) (UF- Viçosa) Dois lados de um terreno de forma triangular medem 15 m e 10 m, formando um ângulo de 60°, conforme a figura abaixo:



O comprimento do muro necessário para cercar o terreno, em metros, é:

a) $5(5 + \sqrt{15})$

b) $5(5 + \sqrt{5})$

c) $5(5 + \sqrt{13})$

d) $5(5 + \sqrt{11})$

e) $5(5 + \sqrt{7})$

24) Qual é a medida do lado oposto ao ângulo de 30°, em um triângulo, sabendo que os outros dois lados medem 2 e $\sqrt{3}$?

a) 1

b) 1,5

c) 2

d) 2,5

e) 3

25) Dada a função $f(x) = 1 + 2\cos(x)$, seja x um ângulo do primeiro quadrante, então o valor de x que faz com que $f(x) = 2$ é:

$A)\pi$

$B)\frac{\pi}{6}$

$C)\frac{\pi}{5}$

$D)\frac{\pi}{4}$

$E)\frac{\pi}{3}$

26)D ada a função f(x) = sen²(x) + 2cos(x), o valor numérico da função para x = π/4 é:

A) 0,5 + √2.

B) 1 + √2.

C) 4.

D) 4 – √2.

E) 0,5 + √3.

27) (Enem) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), produtos sazonais são aqueles que apresentam ciclos bem definidos de produção, consumo e preço. Resumidamente, existem épocas do ano em que a sua disponibilidade nos mercados varejistas ora é escassa, com preços elevados, ora é abundante, com preços mais baixos, o que ocorre no mês de produção máxima da safra.

A partir de uma série histórica, observou-se que o preço P, em reais, do quilograma de um certo produto sazonal pode ser descrito pela função

$$P(x) = 8 + 5cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right)$$

onde x representa o mês do ano, sendo x = 1 associado ao mês de janeiro, x = 2 ao mês de fevereiro, e assim sucessivamente, até x = 12 associado ao mês de dezembro.

Na safra, o mês de produção máxima desse produto é:

A) janeiro.

B) abril.

C) junho.

D) julho.

E) outubro.

28) Um cometa com órbita elíptica passa próximo à Terra em intervalos regulares descritos pela função $c(t) = sen\left(\frac{2}{3}t\right)$ onde t representa o intervalo entre suas aparições em dezenas de anos. Suponha que a última aparição do cometa foi registrada em 1982. Este cometa passará pela Terra novamente em

A) 2015
B) 2035

C) 2075.
D) 2095

Gabarito

1-C

2-C

3-B

4-A

5-B

6-C

7-C

8-D

9-B

10-E

11-E

12-B

13-B

14-A

15-D

16-B

17-B

18-B

19-A

20-D

21-E

22-A

23-E

24-A

25-E

26-A

27-D

28-